713

СТАНКИН
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

О.Д. ЕГОРОВ

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

Москва
2013

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»

О.Д. ЕГОРОВ

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

«Допущено Учебно-методическим объединением вузов по образованию в области автоматизированного машиностроения (УМО АМ) в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Автоматизация технологических процессов и производств».

МГТУ "СТАНКИН"
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

Москва
2013

УДК 681.323 – 181.4:531(075)
ББК 32.816:30.12
Е 30

Рецензенты:

Кафедра специальной робототехники и мехатроники Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана;

профессор кафедры "Портовые подъемно-транспортные машины и робототехника" Московской государственной академии водного транспорта, кандидат технических наук М.А. Галабурда.

Егоров О.Д.
Е 30 Прикладная механика мехатронных устройств: учебное пособие. – М.: ФГБОУ ВПО МГТУ "СТАНКИН", 2013. – 229 с.
ISBN 978-5-7028-0744-7

Изложены общие понятия о мехатронике, представлены различные виды мехатронных устройств: мехатронные модули, мехатронные машины, мехатронные системы и мехатронные комплексы, приведена структура мехатронных устройств и изложен их структурный, кинематический, силовой, динамический и точностной анализы и синтез, а также основы теории трения и износа компонентов мехатронных устройств.

Учебное пособие предназначено для студентов технических специальностей университета.

УДК 681.323 – 181.4:531(075)
ББК 32.816:30.12

ISBN 978-5-7028-0744-7

© О.Д.Егоров

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 5

Глава 1. МЕХАТРОННЫЕ УСТРОЙСТВА 6

1.1. От механики к мехатронике 6
1.2. Виды мехатронных устройств 12

Глава 2. МЕХАТРОННЫЕ МОДУЛИ 18

2.1. Классификация мехатронных модулей 18
2.2. Модули движения 20
2.3. Мехатронные модули движения 40
2.4. Состав мехатронного модуля движения 52
2.5. Интеллектуальные мехатронные модули 54
2.6. Примеры интеллектуальных мехатронных модулей 58

Глава 3. СТРУКТУРА МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ 65

3.1. Компоненты мехатронных модулей 65
3.2. Структура механизмов мехатронных устройств 72
3.3. Структурный анализ механизмов мехатронных устройств ... 78
3.4. Структурный синтез механизмов мехатронных устройств ... 96

Глава 4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ 107

4.1. Аналитический (координатный) способ кинематического анализа рычажных механизмов 107
4.2. Векторный способ (метод планов) кинематического анализа рычажных механизмов 124
4.3. Матричный способ кинематического анализа механизмов. 133
4.3.1. Системы координат звеньев 133
4.3.2. Преобразования однородных координат 137
4.3.3. Линейные скорости и ускорения точек звеньев механизма 144
4.3.4. Угловые скорости и ускорения звеньев механизма 146
4.4. Передаточное отношение преобразователя движения мехатронного устройства 153

Глава 5. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ 160

5.1. Силы и моменты, действующие в механизмах 160
5.2. Силовой расчет механизмов 161
5.3. Условие кинетостатической определимости кинематических цепей 163
5.4. Направление действия сил в кинематических парах 165
5.5. Определение движущего момента и движущей силы механизма 167
5.6. Общая методика силового расчета механизма 168
5.7. Теорема Жуковского 173
5.8. Движущая сила и движущий момент 175

Глава 6. ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ 177

6.1. Динамическая модель механизма 177
6.2. Приведение масс и моментов инерции в механизмах 180
6.3. Приведение сил и моментов сил в механизмах 184
6.4. Приведения масс и сил в пространственных механизмах ... 187
6.5. Уравнения движения механизма в энергетической форме .. 189
6.6. Уравнение движения механизма в дифференциальной форме 192
6.7. Основные режимы движения механизма 195

Глава 7. ТРЕНИЕ И ИЗНОС СОПРИКАСАЮЩИХСЯ ТЕЛ 197

7.1. Виды трения 197
7.2. Силы трения 198
7.3. Силы трения в кинематических парах 199
7.4. Виды изнашивания соприкасающихся тел 205
7.5. Расчет износа 208
7.6. Расчет ресурса 210
7.7. Коэффициент полезного действия механизма 215

Глава 8. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ТОЧНОСТЬ МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ 218

8.1. Погрешности обобщенных координат и первичные ошибки 218
8.2. Кинематическая точность мехатронного устройства 221

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 229

ПРЕДИСЛОВИЕ

Мехатроника является одной из наиболее быстро развивающихся отраслей науки и техники. Её достижения широко применяют в различных сферах деятельности человека.

Прогресс в области информационных, электронных и интеллектуальных технологий и их приложения к задачам управления функциональными движениями, а также новые принципы и технологии изготовления высококачественных и компактных механизмов, электронных блоков, двигателей углового и линейного движения послужили основой для создания мехатронных устройств, отвечающих современным требованиям качества, надежности и безопасности.

В учебном пособии даны общие понятия о мехатронике, представлены различные виды мехатронных устройств: мехатронные модули, мехатронные машины, мехатронные системы, мехатронные комплексы, приведена структура мехатронных устройств и изложен их структурный анализ и синтез, кинематический и силовой анализы, а также основы динамики, трения, износа и точности механизмов мехатронных устройств.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению "Мехатроника и робототехника", а также может быть полезна студентам и специалистам других технических направлений, занимающихся проектированием мехатронных устройств для автоматизированного машиностроения.

Автор выражает благодарность рецензентам за труд по рецензированию рукописи и критические замечания, а также коллективу кафедры "Робототехника и мехатроника" Московского государственного технологического университета "Станкин" за помощь при подготовке учебного пособия и полезные советы.

Замечания и пожелания по улучшению содержания учебного пособия прошу направлять по адресу: 101472, Москва, Вадковский пер., д. 1, ИЦ МГТУ "Станкин".

Автор

Глава 1
МЕХАТРОННЫЕ УСТРОЙСТВА

1.1. От механики к мехатронике

Термин "мехатроника" был введен японской фирмой Yaskawa Electric в 1969 году и зарегистрирован как торговая марка в 1972 году. Это название получено от комбинации слов "МЕХАника" и "элекТРОНИКА".

В отечественной технической литературе еще в 1950-х годах использовался подобным же образом образованный термин "механотроны". Так назывались электронные лампы с подвижными электродами, которые применялись в качестве датчиков малых перемещений, скоростей и вибраций.

Начиная с 80-х годов в мировой технической литературе начинают применять термин "мехатроника" как название класса машин с компьютерным управлением движения.

Первоначально мехатронными устройствами считали только регулируемые электроприводы. Затем сюда стали относить автоматические двери, торговые автоматы, мобильные устройства и фотокамеры с автофокусировкой. В 80-х годах класс мехатронных устройств пополнился станками с числовым программным управлением, промышленными роботами и новыми видами бытовых машин (посудомоечных, стиральных и т.п.). В последнее десятилетие очень большое внимание уделяют созданию мехатронных устройств для современных автомобилей, нового поколения технологического оборудования (станков с параллельной структурой, роботов с интеллектуальным управлением), микромашин, новейшей компьютерной и офисной техники.

В мире активно издают научную и учебную литературу в области мехатроники. Первая монография на русском языке японских специалистов Т. Исии, И. Симояма, Х. Иноуэ "Мехатроника" была издана в 1998 году.

За последние годы ученые США, Европы и Азии выпустили в свет несколько книг с аналогичным названием. Многие из этих

книг выдержали уже несколько изданий, что говорит о большом интересе читателей к мехатронике.

Так что же такое мехатроника? Ответ можно найти в Государственном образовательном стандарте РФ по направлению "Мехатроника и робототехника" [4].

Мехатроника – область науки и техники, основанная на синергетическом объединении механических, электротехнических, электронных и компьютерных компонентов, обеспечивающая проектирование и производство качественно новых устройств с интеллектуальным управлением их функциональными движениями.

В данном определении особо подчеркнута триединая сущность мехатронных устройств, в основу построения которых заложена идея глубокой взаимосвязи механических, электронных и компьютерных элементов. Поэтому наиболее распространенным графическим символом мехатроники стали три пересекающихся круга (рис. 1.1), помещенные во внешнюю оболочку Производство – Менеджмент – Требования рынка [8].

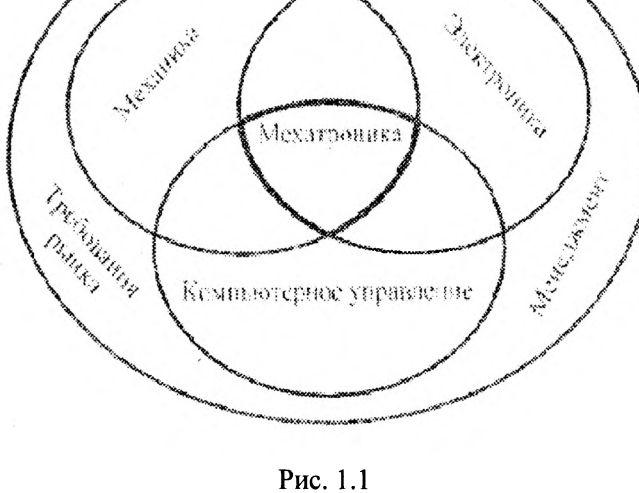


Рис. 1.1

Предметом мехатроники являются методы проектирования и компьютерного управления мехатронных устройств, а также новые технологические и информационные процессы, которые обеспечивают все этапы их жизненного цикла, начиная со стадии маркетинга и концептуального проектирования и заканчивая производством, эксплуатацией и утилизацией.

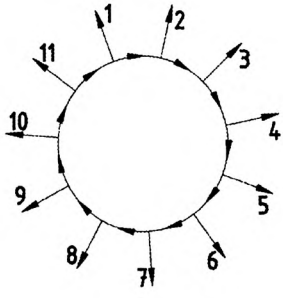


Рис. 1.2

На рис. 1.2. изображена "петля качества" мехатронного изделия, отражающая его жизненный цикл: 1 – маркетинг; 2 – проектирование; 3 – материально-техническое снабжение; 4 – подготовка и разработка производственных процессов; 5 – изготовление; 6 – контроль и испытание; 7 – упаковка и хранение; 8 – реализация; 9 – монтаж и эксплуатация; 10 – техническая помощь в обслуживании; 11 – утилизация.

В качестве единой системы компьютерной поддержки всех этапов жизненного цикла мехатронных устройств можно применить принципы CALS – технологий, идеологии интегрированного производства, развития и совершенствования системы автоматизированного проектирования мехатронных изделий, производств, технологий и систем управления.

Во многих областях техники мехатронные системы приходят на смену "механическим" машинам, которые уже не соответствуют качественным требованиям к современному оборудованию. Поэтому при проектировании современных высокоскоростных и высокоточных устройств необходимо применять мехатронный подход, заключающийся в переносе функциональной нагрузки от механических компонентов к интеллектуальным (электронным, компьютерным и информационным).

"От механики к электронике" – такова ведущая тенденция развития современного машиностроения. Чем же обусловлено такое направление в создании современного оборудования? В первую очередь – резко возросшими требованиями рынка к по-

требительским свойствам и качеству продукции машиностроения и приводной техники. К ним относят:

- высокие скорости движения рабочих органов машины;
- сверхвысокую точность движения и обработки;
- максимальную компактность конструкции
- минимизацию массогабаритных показателей устройств;
- способность системы к реконфигурации.

Именно эти ключевые требования определяют современные тенденции мирового индустриального развития и стимулируют научно-технический прогресс в области мехатроники.

Анализ показывает, что еще в начале 90-х годов прошлого века подавляющее большинство функций машин реализовывалось механическим путем. В последующие десятилетия происходило постепенное вытеснение механических компонентов сначала электронными, а затем и компьютерными блоками. В настоящее время в мехатронных системах объем функций распределен между механическими, электронными и компьютерными компонентами практически поровну.

Важно подчеркнуть, что тенденция перехода от механики к мехатронике не "закрывает" механику. Наоборот, это стимулирует ее развитие к интеграции с интеллектуальными компонентами в рамках единой мехатронной системы. Такой подход диктует новые требования к встроенным механическим и гибридным компонентам, что в свою очередь ведет к развитию новых технологий и конструкторских решений в области механики.

В мехатронных устройствах укрупненно выделяют три главные части – механическую, электронную и информационную, совокупность которых и образует систему в целом. Указанные части составляют структурный базис мехатроники, который можно наглядно представить в форме пирамиды (рис. 1.3).

Исторически переход от механики к мехатронике осуществлялся постепенно, проходя ряд стадий. Первоначально три указанных базисных направлений (точная механика, электроника и информатика) интегрировались попарно, образуя три гибридные направления, которые показаны боковыми гранями пирамиды. Это электромеханика (объединение механических компонентов с

электротехническими изделиями и электронными блоками), компьютерные системы управления (аппаратно-программное объединение электронных и компьютерных устройств), а также системы автоматизированного проектирования механических систем (САПР). Затем уже на стыке гибридных направлений – возникает мехатроника [8]

Рис. 1.3

Развитие машин от чисто механических к современным мехатронным системам проходит последовательно несколько этапов. Вначале это разработка электромеханических систем путем объединения в приводе электрического двигателя и механического преобразователя движения с электронными блоками. Затем в результате системного объединения электромеханических компонентов с компьютерными устройствами управления, встроенными датчиками информации и интерфейсами были созданы мехатронные устройства.

Такой путь развития машин обусловлен появлением новых информационных технологий, отличительной чертой которых

является возможность системной обработки знаний, а также современных технологий микроэлектроники, которые легли в основу новой элементной базы важнейших компонентов мехатронных устройств – силовых преобразователей, управляющих и диагностических электронных блоков, датчиков обратной связи и сенсоров. Электронные технологии стали основой для создания технологий микроэлектромеханики, которая в настоящее время достигла новой ступени в своем развитии – технологий микромехатроники. Одновременно разрабатывают новые прецизионные и модульные технологии механики, позволяющие изготовлять высококачественные и компактные механические узлы, электронные блоки двигателей углового и линейного движения.

Особый интерес для развития мехатроники представляют комбинированные технологии: гибридные технологии электромеханики и мехатроники, цифровые технологии управления движением, технологии автоматизированного проектирования управляемых машин и CALS – технологии, позволяющие разрабатывать самые современные мехатронные устройства.

Технологическая пирамида мехатроники представлена на рис. 1.4 [14]

Рис. 1.4

1.2. Виды мехатронных устройств

Мехатронное устройство – устройство, построенное на принципах синергетической интеграции элементов различной физической природы и предназначенное для осуществления управляемых функциональных движений его выходных звеньев.

В зависимости от уровня интеграции элементов мехатронного устройства и его функционального назначения различают:

- мехатронные модули;
- мехатронные машины;
- мехатронные системы;
- мехатронные комплексы.

Мехатронный модуль – функционально и конструктивно самостоятельное изделие, построенное с взаимопроникновением и синергетической аппаратно-программной интеграцией составляющих его элементов, имеющих различную физическую природу, и предназначенное для реализации требуемого управляемого функционального движения его выходного звена.

К элементам различной физической природы относят механические (преобразователи движения, звенья), электротехнические (двигатели, тормоза, муфты), электронные (электронные блоки и микропроцессоры) и информационные (датчики информации) элементы.

Интеграция элементов различной физической природы в мехатронных модулях является ведущей тенденцией при создании современных машин и систем, так как позволяет добиться качественно нового уровня по основным техническим показателям – скорости и точности движения, компактности конструкции и способности ее к быстрой реконфигурации.

Добиться качественно новых характеристик мехатронных модулей позволяет *концепция "встроенного проектирования"*, которая предполагает *конструктивное объединение различных элементов в едином корпусе* на основе современных научно-технических знаний в области конструирования, технологий изготовления и управления машинами. При этом необходимо не просто объединить отдельные элементы в систему с помощью

типовых соединений, а сделать конструктивные связи в мехатронном модуле неразрывными и взаимопроникающими, а также обеспечить преобразование информации о программе движения выходного звена в его целенаправленное управляемое движение.

Основной задачей конструктора при конструировании мехатронного модуля является нахождение наилучшего соответствия между заданной функцией мехатронного модуля и его конструктивным исполнением. При этом необходимо стремиться реализовать заданные функциональные преобразования минимальным числом конструктивных элементов, а также перераспределить функциональную нагрузку от аппаратных блоков к интеллектуальным (электронным и компьютерным) компонентам. Это обеспечит мехатронному модулю компактность, высокую скорость и точность движения.

Мехатронные модули находят широкое применение в различных областях:

- промышленная и специальная робототехника;
- станкостроение;
- оборудование для автоматизации технологических процессов в машиностроении;
- автомобилестроение;
- бытовая техника;
- медицинская техника;
- спортивное оборудование;
- офисная техника;
- авиационная и космическая техника;
- электронное машиностроение;
- военная техника;
- периферийные устройства компьютеров;
- фото - и видеотехника;
- микромашины;
- специальные транспортные средства.

Мехатронные модули позволяют получать компактные и надежные многокоординатные мехатронные машины и системы с децентрализованным управлением.

Мехатронная машина – интеллектуальное мехатронное устройство, построенное на мехатронных принципах и технологиях, эффективно выполняющее программные функциональные движения выходных звеньев в изменяющихся условиях внешней среды и предназначенное для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека.

Под материалами понимают обрабатываемые предметы, перемещаемые грузы и другие объекты труда.

На рис. 1.5 представлена обобщенная структура мехатронной машины [8]

Рис. 1.5

Мехатронные машины создают для получения:

- сверхвысокой скорости перемещения выходного звена;
- сверхвысокой точности позиционирования выходного звена;
- перемещения рабочего органа по сложным траекториям.

Мехатронные машины должны обладать:

- высокой надёжностью и долговечностью функционирования;
- высокой компактностью;
- способностью адаптации к изменяющимся условиям внешней среды.

Мехатронные машины классифицируют по следующим признакам.

1. По назначению (какой вид преобразования преобладает):

- энергетические – предназначены для преобразования любого вида энергии в механическую и наоборот механической энергии в другой вид энергии (электродвигатели, электрогенераторы, двигатели внутреннего сгорания и др.);
- технологические – предназначены для преобразования материалов, т.е. обрабатываемых предметов, заключающихся в изменении их формы, размеров, состояния, свойств (металлообрабатывающие станки, роботы);
- транспортные – предназначены также для преобразования материалов, т.е. перемещения предметов (автомобили, самолёты, лифты, транспортёры, роботы, электромобили, инвалидные коляски);
- информационные – предназначены для получения и преобразования информации (подводные аппараты, снабжённые измерительно-информационными и управляющими устройствами, автоматической аппаратурой для определения свойств воды и дна, для обработки, обнаружения и опознания предметов с автоматической выдачей информации; информационные технические роботы, способные получать, перерабатывать и передавать информацию о состоянии окружающей среды(температура, влажность, запылённость, взрывоопасность и т.д.)).

2. По сферам применения:

- промышленные, медицинские, бытового обслуживания, специальные, военные, космические, подводные и т.д.

3. По функциональному назначению:
- мобильные (стационарные и подвижные);
- информационные (измерительно-информационные);
- манипуляционные (автоматически действующие, дистанционного управления).

4. По точности движения выходного звена:
- малая – погрешность позиционирования от 1мм и выше;
- средняя – погрешность позиционирования от 0,1мм до 1мм;
- высокая – погрешность позиционирования от 0,01мм до 0,1 мм;
- сверхвысокая – погрешность позиционирования менее 0,01мм.

5. По месту размещения источника электропитания:
- автономные;
- неавтономные.

6. По месту размещения центра управления движением:
- самонаводящиеся;
- с внешним наведением.

7. По типу канала связи с центром внешнего управления:
- проводной;
- радиоканал;
- инфракрасный;
- ультразвуковой.

8. По типу системы управления:
- управление оператором (дистанционно и непосредственно);
- система с программным управлением;
- система с адаптивным управлением;
- супервизорное управление;
- комбинированные системы дистанционно-автоматического управления.

9. По числу подвижностей:
- с одной, двумя, тремя и четырьмя подвижностями;
- с подвижностями более четырёх.

10. По видам интеграции мехатронных модулей, входящих в состав мехатронной машины:
- модули движения;
- мехатронные модули движения;

- интеллектуальные мехатронные модули.

11. По типу мехатронных модулей:

- электромеханические;
- пневматические;
- гидравлические;
- комбинированные.

12. По месту размещения мехатронных модулей:

- в едином блоке;
- на подвижных звеньях;
- комбинированная компоновка.

Мехатронная система – мехатронная машина или несколько однотипных мехатронных устройств, объединенных энергетическими, технологическими и информационными связями, осуществляющих требуемые функциональные преобразования.

В зависимости от уровня интеграции мехатронных устройств мехатронная система может быть частью мехатронной машины (например, приводы степеней подвижности одного робота), или самой мехатронной машиной (например, робот), или представлять собой несколько однотипных машин, объединённых соответствующими связями, выполняющих единый технологический процесс (например, группа станков, осуществляющих механическую обработку детали).

Мехатронный комплекс – одна или несколько мехатронных машин с инструментом и другое технологическое оборудование, выполняющие единый технологический процесс.

Таким образом, мехатронные устройства приходят на смену механическим устройствам, которые уже не соответствуют качественным требованиям, предъявляемым к современному оборудованию.

Глава 2
МЕХАТРОННЫЕ МОДУЛИ

2.1. Классификация мехатронных модулей

Целью любой классификации является систематизация информации о некотором объекте в виде упорядоченной структуры для облегчения ориентации человека в окружающей среде. Чаще всего используют иерархическую структуру.

Классификация характеризуется объектом, признаками классификации и их последовательностью. Согласно классификации создаются образы объекта. Поэтому для одного и того же объекта, образы которого обладают разнообразными признаками, в зависимости от выбранных признаков и их последовательности, можно построить разные варианты иерархического дерева, т.е. несколько различных классификаций. При этом конкретный пользователь отдает предпочтение той классификации, которая позволяет быстро и просто решить его насущные проблемы.

На рис. 2.1 представлена классификация мехатронных модулей по интеграционным и конструктивным признакам, где буквами обозначено: Д – двигатель, МП – механический преобразователь, ВМД – высокомоментный двигатель, ИУ – информационные устройства, ИВМД – интегрированный высокомоментный двигатель, ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь, СП – силовой преобразователь, УОС – устройство обратной связи, СИИММ – суперинтегрированный интеллектуальный мехатронный модуль [8].

В полной мере фундаментальному определению мехатроники соответствуют только интеллектуальные мехатронные модули, которые содержат все три определяющие подсистемы.

Включение в классификацию модулей движения и мехатронных модулей движения представляется методически и логически обоснованным. Действительно, эти классы мехатронных объектов, построенные на мехатронных принципах проектирования, являются базой для создания «истинно мехатронных» модулей – интеллектуальных мехатронных модулей.

Классификация мехатронных модулей

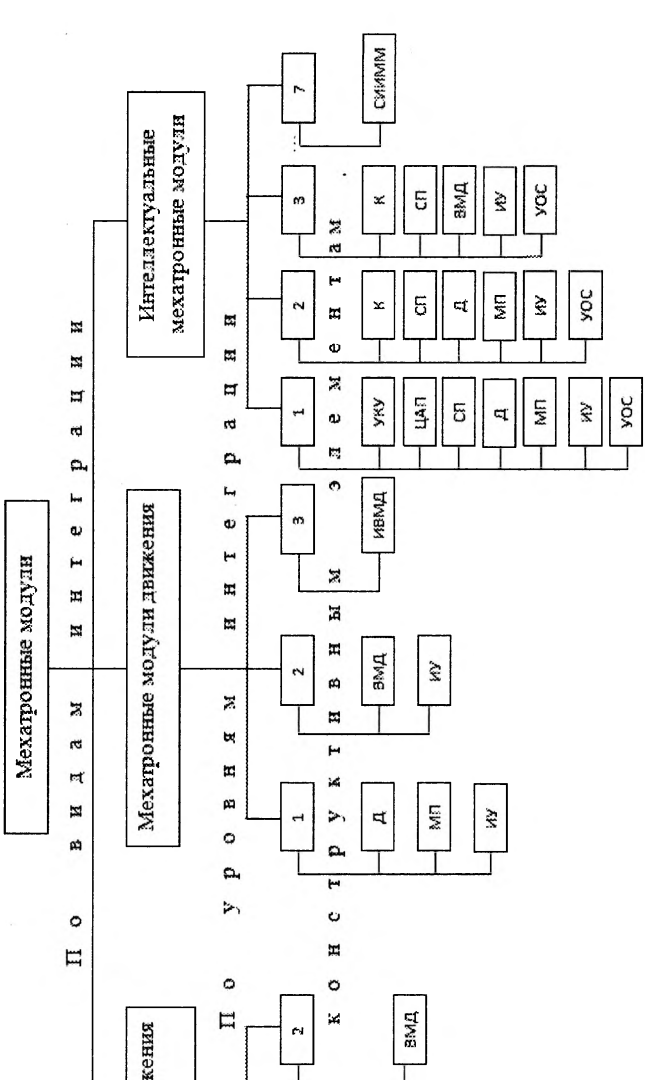


Рис. 2.1

2.2. Модули движения

Модуль движения (МД) – конструктивно и функционально самостоятельное изделие, включающее в себя механическую и электрическую (электротехническую) части, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями.

Главным отличающим признаком модуля движения от общепромышленного привода является использование вала двигателя в качестве одного из элементов механического преобразователя движения. Примерами модулей движения являются мотор-редуктор, мотор-колесо, мотор-барабан, электрошпиндель.

С появлением электродвигателей и началом новой эры в механизации технологических процессов встал вопрос о необходимости широкого редуцирования частот вращения электродвигателей и получения необходимых крутящих моментов. Многими фирмами были разработаны различные конструкции, начиная от ременных и цепных передач и заканчивая разнообразными зубчатыми редукторами. Недостаток большинства этих конструкций состоял в чрезвычайной их громоздкости и неудобстве монтажа.

В 1927 году фирмой «Бауэр» была разработана принципиально новая конструкция – мотор-редуктор, объединившая в один компактный конструктивный модуль электродвигатель и преобразователь движения (редуктор) и получившая в настоящее время широкое распространение. С тех пор появилась огромная гамма различных типов мотор-редукторов для различных условий применения, которые позволяют найти оптимальное решение в каждой конкретной приводной задаче.

Так Санкт-Петербургский научно-технологический центр «Редуктор» (НТЦ «Редуктор») выпускает одно-, двух- и трехступенчатые мотор-редукторы: цилиндрические (МЦ, МЦ2С, МЦ3С, МЦ2В, МЦ3В с передаточным отношением U = 1,6...12,5; частотой вращения выходного вала n_2 = 450...3,55 об/мин и крутящим моментом на выходном валу T_2 = 18...8530 Нм), цилиндрочервячные (МЦЧ, МЦ2Ч, МЦЧ2 с U = 16...1600; n_2 = 98,75...0,47 об/мин и T_2 = 6...69300 Нм), червячные (МЧ, МРЧН, МРЧП, МЧ2

с U = 5...4000; n_2 = 300...0,187 об/мин и T_2 = 4...63200 Нм), планетарные (ЗМП с U = 4...400; n_2 = 280...3,55 об/мин и T_2 = 60...8600 Нм) и волновые (МВз с U = 80...125; n_2 = 18...6,3 об/мин и T_2 = 35...4500 Нм) на лапах, фланцевые и с полым выходным валом [13].

Московский научно-технологический центр «Приводная техника» (НТЦ «Приводная техника») выпускает одно- и двухступенчатые мотор-редукторы: червячные (7МЧ и 7Ч2 с U=7...10000; n_2=200...0,14 об/мин, T_2 = 3,9...2941 Нм и мощностью электродвигателя P_1 = 0,09…15 кВт), цилиндро-червячные (7МЦЧ и 7ЦЧ с U = 60...610; n_2 = 23,3...0,8 об/мин, T_2 = 24...3984 Нм и P_1 = 0,02…7,5 кВт) и цилиндрические соосные (4МЦ2С с n_2 = 28...40 об/мин и P_1 = 0,55...18,5 кВт) [9].

Многие зарубежные фирмы, например, MOTOVARIO, VARVEL, MAXON и др. выпускают различные мотор-редукторы. Фирма MAXON производит электродвигатели, цилиндрические и планетарные редукторы и на их основе мотор-редукторы, которые, при необходимости, снабжают фотоимпульсными датчиками (ФИД), резольверами и тормозами. На рис. 2.2 показана блочно-модульная система присоединения к электродвигателю различных типов планетарных и цилиндрических редукторов, а также цифровых магнитных и цифровых фотоимпульсных датчиков.

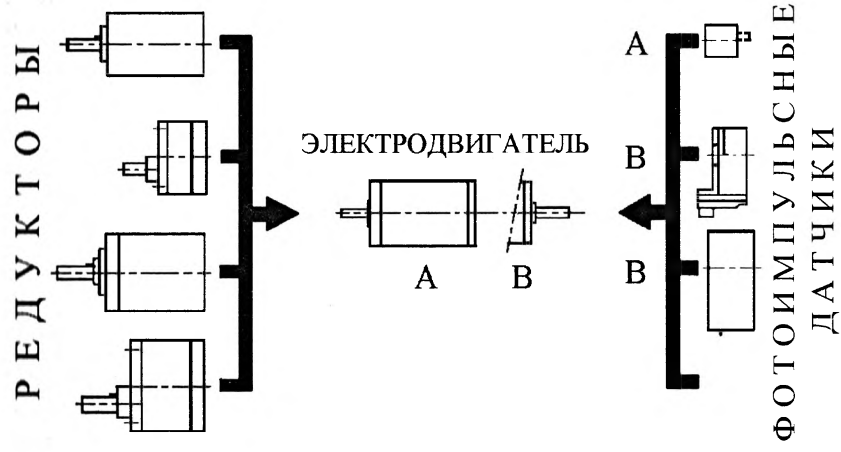


Рис. 2.2

Применение блочно-модульного принципа конструирования мотор-редукторов позволяет комбинировать в модуле двигатели и преобразователи движения различных типов и мощностей, обеспечивая таким образом широкий спектр механических характеристик модуля движения по частоте вращения и вращающему моменту.

Конструктивное объединение электродвигателя и преобразователя движения в единый компактный электропривод – мотор-редуктор имеет ряд преимуществ по сравнению с устаревшей системой соединения электродвигателя и преобразователя движения через муфту. Это и значительное сокращение габаритных размеров, существенное уменьшение количества присоединительных деталей и затрат на установку, отладку и запуск.

Таким образом, мотор-редуктор является в настоящее время одним из наиболее распространенных видов электропривода. Во всем мире выпускают ежегодно миллионы штук мотор-редукторов различных типов и исполнений, что позволяет удовлетворить все мыслимые потребности клиентов.

Мотор-редуктор (рис. 2.3) состоит из двух основных элементов: электродвигателя 1 и преобразователя движения (редуктора) 2, имеющего стыковочную поверхность 3 с отверстиями для крепления к ней электродвигателя винтами или болтами 4. При объединении электродвигателя и редуктора в единый конструктивный модуль вал 5 электродвигателя вставляют во входной полый вал 6 редуктора и закрепляют шпонкой 7.

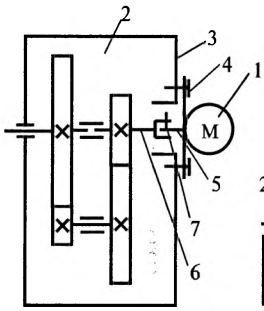


Рис. 2.3

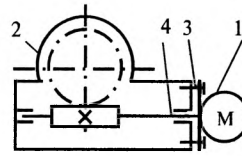


Рис. 2.4

На рис. 2.4 представлена схема одноступенчатого червячного мотор-редуктора. Он состоит из электродвигателя 1 и червячного преобразователя движения 2, соединенных в общий корпус винтами 3. Вал 4 электродвигателя и преобразователя движения единый.

Внешний вид двухступенчатого червячного мотор-редуктора фирмы MOTOVARIO показан на рис. 2.5 [9].

В мотор-редукторах в качестве электродвигателей наиболее часто используют асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором и регулируемым преобразователем частоты вращения вала, однофазные двигатели и двигатели постоянного тока.

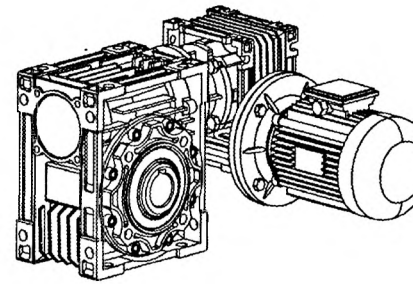


Рис. 2.5

В качестве преобразователей движения используют зубчатые цилиндрические и конические, червячные, планетарные, волновые, винтовые и т.п. передачи.

Мотор-редукторы являются, по-видимому, исторически первыми по принципу своего построения мехатронными модулями, которые стали серийно выпускать и нашли широкое применение в приводах различных машин и механизмов. В них, по сравнению с традиционным электроприводом, у которого соединение вала двигателя и вала преобразователя движения осуществляют посредством муфты, муфта отсутствует, соединение вала двигателя с полым валом преобразователя движения осуществляют при помощи шпонок, лысок и т.п. или вал двигателя является входным валом редуктора, т.е. вал единый.

Однако отсутствие муфты лишает мотор-редуктор предохранительных свойств. Это может привести к выходу из строя преобразователя движения и электродвигателя. Поэтому в мотор-редукторах для их защиты от действия внезапных перегрузок устанавливают *ограничители вращающего момента*. На рис. 2.6 приведена конструкция ограничителя вращающего момента червячного мотор-редуктора [8].

Червячное колесо 1 устанавливают на неподвижный конус 2, выполненный заодно с выходным валом и подвижный конус 3, который поджимают тарельчатой пружиной 4 через подвижную

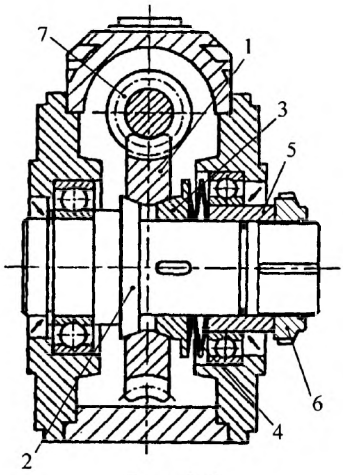


Рис. 2.6

втулку 5 при помощи регулировочной гайки 6 с фиксатором. В зависимости от того на сколько оборотов завернута регулировочная гайка 6 возникает соответствующая осевая сила, вызывающая появление момента трения между конусами и червячным колесом (предельного передаваемого момента). В табл. 2.1 для конических одноступенчатых мотор-редукторов приведены значения предельного передаваемого момента в зависимости от затяжки регулировочной гайки.

При превышении внешнего вращающего момента на выходном валу 2 его предельного значения червячное колесо 1 начинает проворачиваться и не передает вращающий момент на червяк 7, тем самым предотвращая преобразователь движения и электродвигатель от повреждения.

Таблица 2.1

Значения предельного передаваемого момента, Н·м

Тип мотор-редуктора	Обороты регулировочной гайки						
	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0
7МЧ40	10	20	25	30	35	40	45
7МЧ50	30	40	50	55	60	65	70
7МЧ63	80	100	120	140	160	180	190
7МЧ80	150	190	240	280	320	360	400
7МЧ90	180	230	270	330	370	420	470
7МЧ100	220	280	330	390	440	490	550
7МЧ125	380	480	580	690	800	900	1000
7МЧ150	800	920	1050	1160	1280	1400	–

Для настройки ограничителя на требуемый момент необходимо:

- полностью ослабить регулировочную гайку;
- затянуть ее вручную до полного выбора осевых зазоров. Это положение считают нулевым для отсчета требуемого количества оборотов гайки;
- затянуть гайку с помощью ключа на необходимое число оборотов. Если необходимо определить более точно величину установленного предельного момента можно воспользоваться динамометрическим ключом.

Существуют и другие конструкции ограничителей момента.

На рис. 2.7 изображен планетарный зубчатый мотор-редуктор.

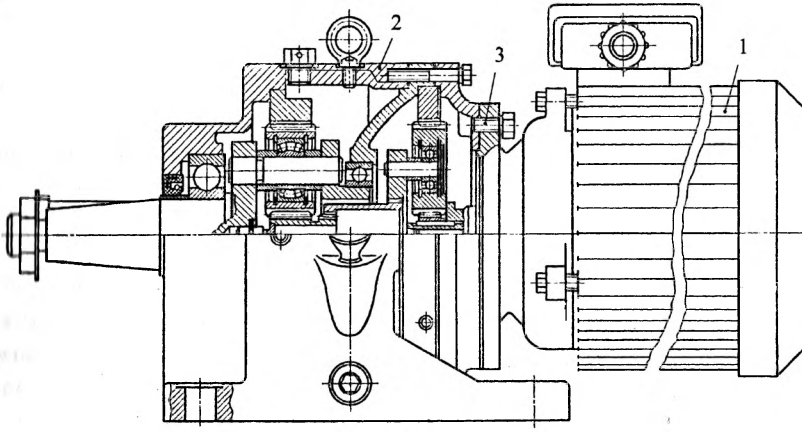


Рис. 2.7

Он состоит из асинхронного электродвигателя 1 серии АО и двухступенчатого планетарного зубчатого преобразователя движения 2, соединенных при помощи винтов 3 в единый корпус.

В преобразователе движения плавающими элементами являются водило первой ступени и солнечная шестерня второй ступени, которые связаны между собой зубчатыми муфтами. Водило второй ступени выполнено заодно с выходным валом преобразователя движения. Сателлиты первой ступени установлены в водилах консольно.

Планетарно-цевочный одноступенчатый мотор-редуктор, состоящий из электродвигателя 1 и преобразователя движения 2, соединенных в единый корпус винтами 3, представлен на рис. 2.8.

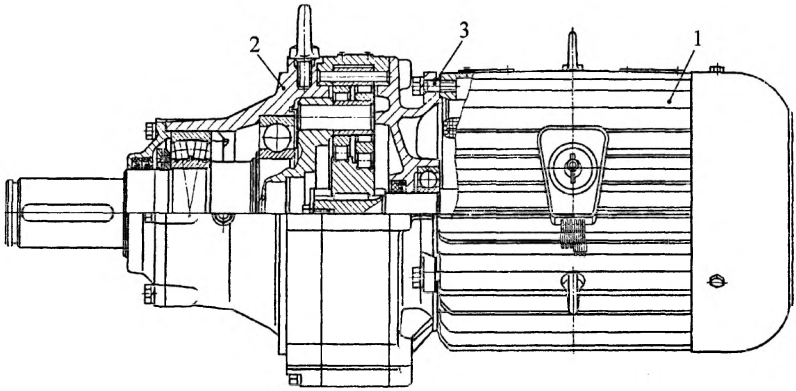


Рис. 2.8

У планетарно-цевочного преобразователя движения на ведущем валу имеются два кривошипа, смещенные относительно друг друга на 180°. На эксцентриках на роликовых подшипниках установлены две звездочки, взаимодействующие с цевками, оси которых неподвижно закреплены в корпусе преобразователя движения. За один оборот ведущего вала звездочки поворачиваются на угол, соответствующий разнице числа цевок и числа зубьев звездочки.

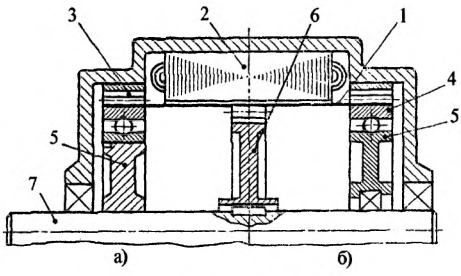


Рис. 2.9

Мотор-редуктор на основе волнового механизма с электромагнитным генератором волн изображен на рис. 2.9. Он состоит из гибкого колеса 1, электромагнитного генератора волн 2, жесткого колеса 3, гибкого подшипника 4, кулачка 5, зубчатого колеса 6 и выходного вала 7.

При работе мотор-редуктора гибкое колесо под воздействием электромагнитного генератора волн входит в зацепление с же-

стким колесом. При этом гибкое колесо деформируется синхронно с вращающимся электромагнитным полем и, взаимодействуя с жестким колесом, вращается относительно корпуса, передавая через зубчатое колесо 6 вращение выходному валу. Кулачки с надетыми на них гибкими подшипниками приходят в движение вместе с гибким колесом. Кулачки можно устанавливать на выходной вал непосредственно или при помощи подшипников качения. Во втором случае обеспечивается радиальная координация гибкого колеса относительно жесткого, увеличивается надежность, долговечность и повышается коэффициент полезного действия модуля движения.

Во многих случаях скорость вращения выходного вала мотор-редуктора должна быть изменяемой. Реализовать это требование возможно применением механических вариаторов, позволяющих регулировать скорость вращения, либо применением электронных устройств, изменяющих скорость вращения электродвигателя. Каждый из указанных способов имеет свои преимущества и недостатки и применяют их в зависимости от тех конструктивных и технологических задач, которые необходимо решать. Например, если требуется повысить передаваемый момент на выходном валу мотор-редутора, то целесообразно применять конструкцию мотор-редуктора с механическим вариатором скорости. Если же необходимо расширить диапазон регулирования скорости либо сохранить минимальные габариты и массу мотор-редуктора, то предпочтительны частотные преобразователи скорости [13].

В мотор-редукторах могут быть использованы различные типы вариаторов: лобовые (рис. 2.10, а), конусные (рис. 2.10, б), шаровые (рис. 2.10, в), торовые (рис. 2.10, г), с раздвижными коническими шкивами (рис. 2.10, д), планетарные фрикционые (рис. 2.10, е) и др. Более подробно о вариаторах можно посмотреть в специальной литературе [9]. При этом изделие получает название «мотор-вариатор-редуктор».

На рис. 2.11 изображена компоновочная схема мотор-вариатор-редуктора. Он состоит из электродвигателя 1, вариатора 2 и редуктора 3, соединенных в единый корпус винтами 4.

НТЦ «Редуктор» применяет планетарно-фрикционные вариаторы и производит мотор-вариатор-редукторы: червячные,

цилиндро-червячные, червячные двухступенчатые, планетарные, цилиндрические соосные, волновые.

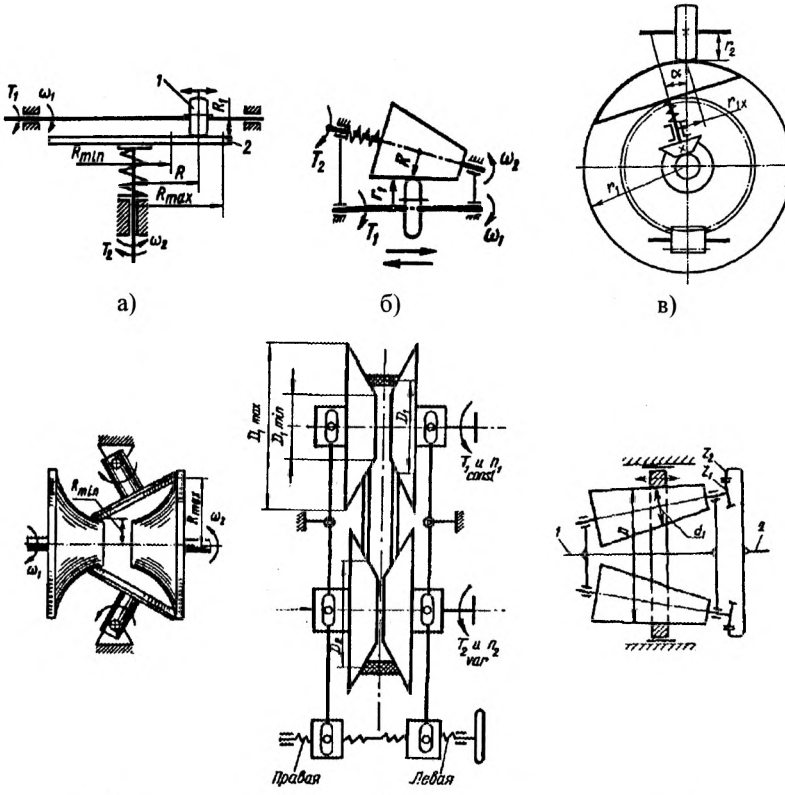


Рис. 2.10

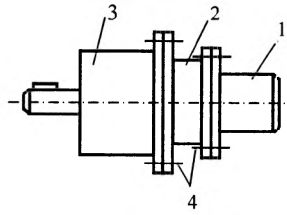


Рис. 2.11

На рис. 2.12 показана компоновочная схема червячного мотор-вариатор-редуктора, а в табл. 2.2 его технические характеристики; на рис. 2.13 – планетарного мотор-вариатор-редуктора, а в табл. 2.3 его технические характеристики; на рис. 2.14 – волнового мотор-вариатор-редуктора, а в табл. 2.4 его технические характеристики [13].

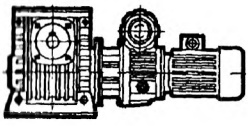


Рис. 2.12

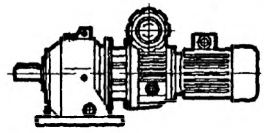


Рис. 2.13

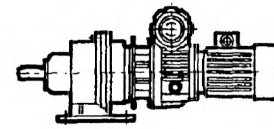


Рис. 2.14

Таблица 2.2

Технические характеристики червячных мотор-вариатор-редукторов

Типоразмер мотор-вариатор-редукторoа	Диапазон регулирования	Частота вращения выходного вала n_2, об/мин		Мощность двигателя P_1, кВт	
		max	min	max	min
МВЧ-40	6,6	45……125	7...14	0,18	–
МВЧ-63	6,5	11...125	1,8...19	0,75	0,25
МВЧ-80		12,5...125	1,9...19	1,8	0,37
МВЧ-100			1,9...20,6	4,0	0,75
МВЧ-125	6,6		1,9...23,8	7,5	
МВЧ-160			1,9...25	11,0	1,1
МВЧ-200	6,3	12,5...50	2...10		3,0
МВЧ-250	5,4	12,5...32	2...6		5,5

Таблица 2.3

Технические характеристики планетарных мотор-вариатор-редукторов

Типоразмер мотор-вариатор-редуктора	Диапазон регулирования	Частота вращения выходного вала n_2, об/мин		Мощность двигателя P_1, кВт	
		max	min	max	min
МВП-25	5,2	4...186	1...30	1,5	0,18
МВП-31,5				3,0	
МВП-35,5				4,0	
МВП-40					
МВП-45				5,5	
МВП-50					
МВП-56				7,5	
МВП-63				9,2	0,25
МВП-71					
МВП-80					
МВП-91					
МВП-100					
МВП-112					0,37
МВП-125					

Таблица 2.4

Технические характеристики волновых мотор-вариатор-редукторов

Типоразмер мотор-вариатор-редуктора	Диапазон регулирования	Частота вращения выходного вала n_2, об/мин		Мощность двигателя P_1, кВт
		max	min	
МВВэ-50	3,5; 5,3; 5,8	8...12,5	1,36...2,1	0,18...5,5
МВВэ-63				
МВВэ-80				
МВВэ-100				
МВВэ-125				
МВВэ-160				
МВВэ-200				
МВВэ-250				
МВВэ-315				

Применение мотор-редукторов в комплекте с частотными преобразователями скорости позволяет посредством изменения скорости вращения вала электродвигателя осуществлять плавное (бесступенчатое) регулирование скорости выходного вала мотор-редуктора с сохранением момента и мощности.

Подбор типоразмера частотного преобразователя проводят по мощности электродвигателя, применяемого в мотор-редукторе. НТЦ «Редуктор» при комплектации мотор-редукторов применяет частотные преобразователи шести фирм: T-Verter, DELTA ELECTRONICS Inc, LG INDUSTRIAL SYSTEMS, ADLEE, VACON, «НТЦ Приводная техника».

На рис. 2.15 представлена конструкция мотор-колеса на основе планетарного цевочного преобразователя движения типа K-H-V.

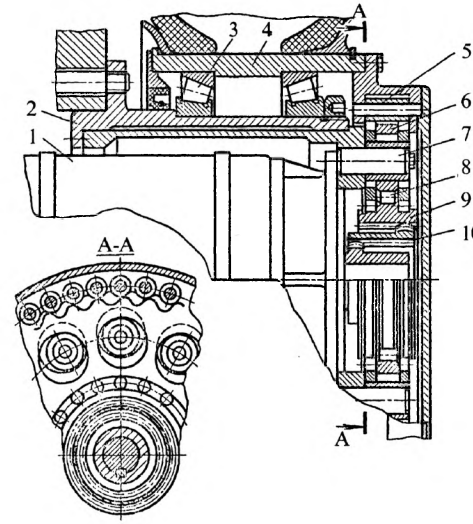


Рис. 2.15

Эксцентрик 9 связан с валом электродвигателя 7 через двойную зубчатую муфту 10. Для роликов 8 эксцентрик имеет три беговые дорожки. Через сателлит 6 вращение передается цевочному колесу 5 и дальше на ступицу колеса 4, которая опирается на два конических радиально-упорных подшипника 3. Механизм параллельных кривошипов 7 установлен в неподвижной ступице 2. Передача является двухсателлитной, причем один из сателлитов раздвоен и расположен симметрично относительно другого, что исключает неравномерность распределения нагрузки по длине цевок колеса 5. Эксцентрик 9 выполнен плавающим и не имеет радиальных опор. Конструкция компактна и достаточно проста в сборке и разборке.

Конструкция мотор-колеса со встроенным двухступенчатым преобразователем движения типа 2К-Н и асинхронным электродвигателем показана на рис. 2.16.

Движение от электродвигателя 1 передается на солнечную шестерню 2 и далее через сателлиты 3 при неподвижном водиле 4 на зубчатый венец 5 и зубчатое колесо 6.

Зубчатый венец 5 является ведомым элементом. Для выравнивания нагрузки между сателлитами обе центральные шестерни 2 и 7 выполнены плавающими, при этом шестерня 7 плавает вместе с водилом 4.

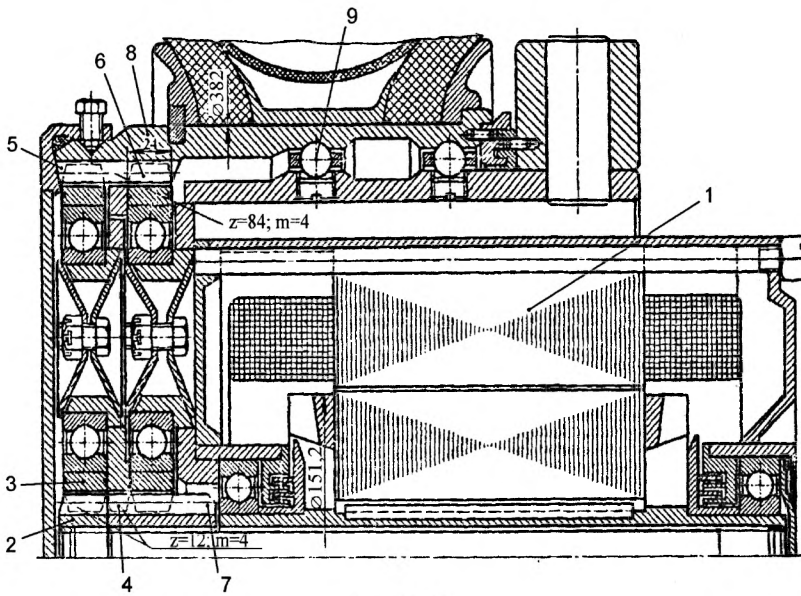


Рис. 2.16

С целью сохранения осевых размеров наружные кольца подшипников сателлитов завальцованы непосредственно в венцах сателлитов, а внутренние удерживаются от сползания коническими тарелками, которые более надежны чем стопорные кольца. Венец 5 с внутренними зубьями выполнен заодно с ободом 8 колеса, являющимся одновременно и наружной обоймой

специального опорного радиального двухрядного шарикоподшипника 9 колеса.

Технические характеристики мотор-колеса:

Мощность двигателя, кВт	7
Частота вращения вала двигателя, об/мин	1500
Передаточное отношение преобразователя движения	63
Число сателлитов	3
Наибольший момент на колесе, Н·м	5884
Наибольшая нагрузка на колесе, Н	29420
Наружный диаметр колеса, мм	835
Масса, кг	190

Конструкция мотор-барабана для наматывания троса (таль электрическая) показана на рис. 2.17. Электродвигатель 1 встроен в барабан 2. Преобразователь движения планетарный двухступенчатый типа 3К с прямозубыми колесами вынесен за пределы барабана.

Движение ротора электродвигателя 1 через зубчатую муфту 3, входной вал-шестерню 4 преобразователя движения, передается блоку 5 сателлитов, который приводит в движение водило 6, корончатое двухвенцовое колесо 7, зубчатое колесо 8 и через зубчатую муфту 9 сообщает вращение барабану 2. Блок 5 сателлитов вращается вместе с осью 10 в игольчатых подшипниках 11, установленных в щеках водила 6. Количество сателлитов – три. Передаточное отношение преобразователя движения 40. Грузоподъемность 2000 кг.

В настоящее время выпускают широкую номенклатуру высокоскоростных прецизионных электро- и пневмошпинделей с частотой вращения от 9000 об/мин до 250000 об/мин, предназначенных для обработки различных металлов и неметаллических материалов шлифованием, фрезерованием, сверлением, а также для специального назначения, в том числе для промышленных лазеров.

АМО ЗИЛ (Москва) выпускает электро- и пневмошпиндели типов Ш, ШК, ШП, ШФ, ШКС, ШКФ, ШФВ, ШПЛ, ШКЛ, АС, СФС, АП.

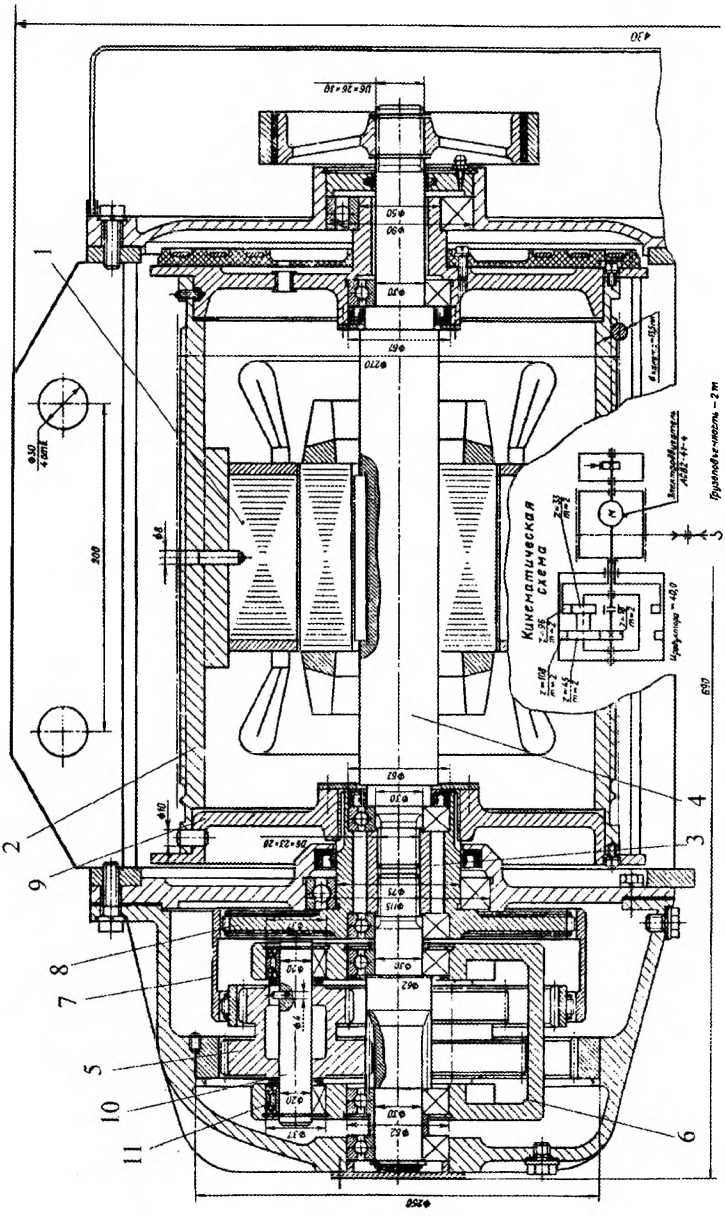


Рис. 2.17

Электрошпиндели горизонтального типа Ш, ШК, ШП, ШФ, ШКС предназначены для внутришлифовальных станков, имеют частоту вращения до 150000 об/мин и мощность 0,6...30 кВт. Они снабжены жидкостным охлаждением. Шпиндель приводят во вращение от асинхронного электродвигателя. Смазку подшипниковых опор осуществляют масляным туманом. Элекрошпинделли типа ШП ШКС имеют устройство внутренней температурной защиты. На рис. 2.18 изображен внешний вид и геометрические параметры электрошпинделей типа ШФ, а в табл. 2.5 приведены их значения.

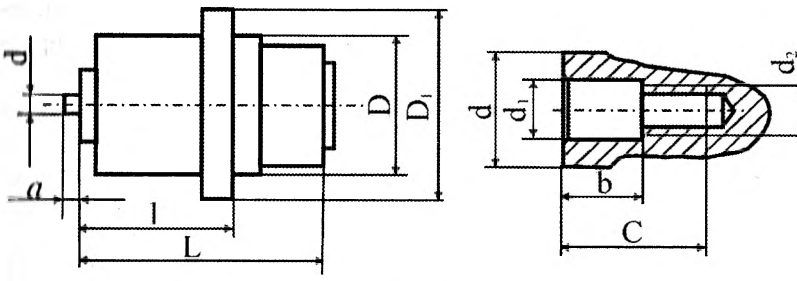


Рис. 2.18

Таблица 2.5

Геометрические параметры электрошпинделей типа ШФ, мм

Тип электрошпинделя	Наименование параметра										Масса, кг
	D	D_1	L	l	a	d	d_1	d_2	b	c	
ШФ 36-48	100	125	207	110	11	20	7	M6	13	23	7,7
ШФ 60-90	80	110	150	95	6	12	6	M5	10	20	4,5
ШФ 90-120	80	110	150	95	6	8	4	M4	8	17	5,0
ШФ 120-150	80	110	150	95	6	7	4	M4	8	17	5,0

Электрошпиндели типа ШКФ (рис. 2.19) с автоматической сменой инструмента, частотой вращения 30000 об/мин и мощностью 25 кВт предназначены для использования в станках для скоростного фрезерования деталей из легких сплавов.

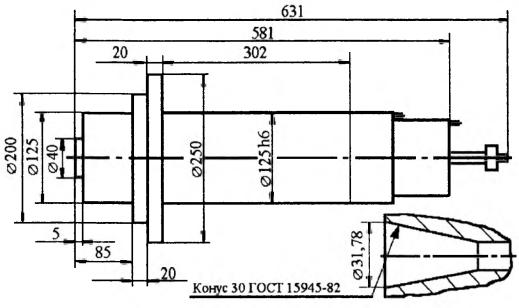


Рис. 2.19

Электрошпиндели вертикального типа ШФВ с частотой вращения 6000...96000 об/мин и мощностью 0,2...0,8 кВт (рис. 2.20) предназначены для координатно-шлифовальных станков. Они представляют собой трехфазные асинхронные двигатели, питаемые током регулируемой частоты.

Значения геометрических параметров электрошпинделей типа ШФВ приведены в табл. 2.6

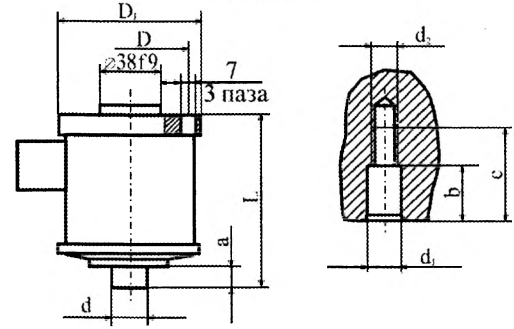


Рис. 2.20

Таблица 2.6

Геометрические параметры электрошпинделей типа ШФВ, мм

Тип элетрошпинделя	Наименование параметра									Масса, кг
	d	d_1	d_2	D	D_1	L	a	b	c	
ШФВ 12	23,5	13	M10	100	126	188	17	20	36	10
ШФВ 24	18,5	9	M8	100	115	173	14	19	36	7,6
ШФВ 48	13,5	7	M6	100	115	146	12	16	27	5,2
ШФВ 96	9	5	M4	100	115	120	11	10	18	4,5

Электрошпиндели типа ШПЛ (рис. 2.21) и ШКЛ предназначены для комплектации технологических газовых лазеров. Они с

жидкостным охлаждением и системой пластичной смазки подшипников. Рабочая среда – азот, углекислый газ, гелий.

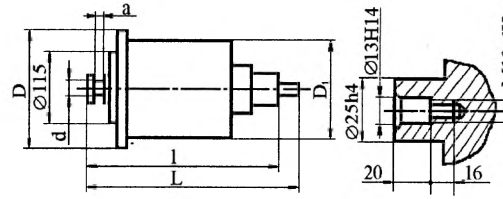


Рис. 2.21

Значения геометрических параметров электрошпинделей типа ШПЛ приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

Геометрические параметры электрошпинделей типа ШПЛ, мм

Тип элетрошпинделя	Наименование параметра						Масса, кг
	D	L	D_1	l	a	d	
ШПЛ 9/2,2	195	-	160	353	25	25	26
ШПЛ 9/7,5	195	440	175	-	25	25	46
ШПЛ 9/11,0	195	470	175	-	25	25	51
ШПЛ 18/11,0	195	470	175	-	25	25	51

Электрошпиндели с воздушными опорами типа АС (рис. 2.22) и СФС предназначены для применения в качестве главного привода станков для сверления и фрезерования плат печатного монтажа, скайбирования твердых, хрупких материалов, керамики, ферритов и других материалов алмазным инструментом, а также находят применение в роторных системах различного назначения: распылители лакокрасочных покрытий в электростатическом поле, прядильные веретена, установка для испытания материалов на разрыв. Они представляют собой мехатронные модули со встроенным трехфазным асинхронным электродвигателем с короткозамкнутым ротором. Смазку подшипников и подпятников осуществляют сжатым воздухом. Частота вращения электрошпинделя 20000...100000 об/мин, мощность 0,18...0,8 кВт.

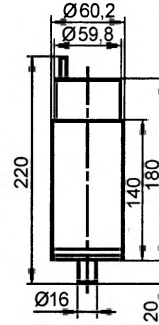


Рис. 2.22

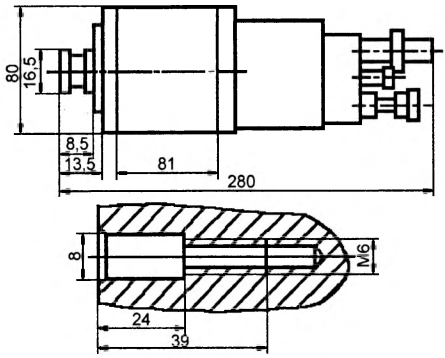


Рис. 2.23

Пневмошпиндели с воздушными опорами типа АП с частотой вращения 40000...100000 об/мин, давлением подводимого воздуха 0,4...0,6 МПа, полезной мощностью на средней частоте вращения 0,37 кВт и массой 4,8кг (рис. 2.23) предназначены для комплектации универсальных и внутришлифовальных станков. Пневмошпиндель приводят во вращение турбиной типа сегнерева колеса, работающей на сжатом воздухе. Изменение частоты вращения проводят регулятором пульта управления. Сжатый воздух проводят через коллектор. Опоры турбин и коллектора смазывают сжатым воздухом.

Самарское закрытое акционерное общество «Самараточмаш» выпускает электрошпиндели типа СШ с частотой вращения 7500...120000 об/мин и мощностью 1,35...15 кВт для шлифовального оборудования, расточных и координатно-шлифовальных станков.

Ивановский завод тяжелого станкостроения выпускает станки супер-центр ИС630 и ИС800 с электрошпинделем мощностью 30 кВт и частотой вращения 40...12000 об/мин.

Фирма Precise (Германия) освоила серийный выпуск сверлильных шпинделей типа 5С1060 с частотой вращения до 160000 об/мин.

Фирма GAMFIOR (Италия) разработала электрошпиндель для обработки инжекторных отверстий с частотой вращения 270000 об/мин.

Лидер рынка шлифовальных и фрезерно-расточных электрошпинделей фирма GMN (Германия) предлагает шлифовальные электрошпиндели с внешним диаметром 80...170 мм, обеспечивающие экономичные режимы работы в диапазоне частот вращения от 4500 до 180000 об/мин с полезной мощностью от 0,2 до 26 кВт и фрезерные электрошпиндели с внешним диаметром

120...300 мм, обеспечивающие режимы работы в диапазоне частот вращения от 4500 до 60000 об/мин с полезной мощностью от 5 до 42 кВт.

Следует отметит, что шпиндель встроенный в ротор электродвигателя позволяет исключить преобразователь движения. Но отказ от него лишает модуль хорошего гасителя колебаний - фильтра низких частот. Упрощение кинематики, увеличение К.П.Д., надежности и т.д. одновременно налагает большие требования к системе управления.

На рис. 2.24 представлены схемы обработки электрошпинделями методом шлифования различных типов поверхностей:
а) внутреннего диаметра подшипника; б) желоба; в) шариковой пары; г) малых отверстий; д) отверстия и торца за один установ; е) конуса; ж) сферы; з) инжекторов.

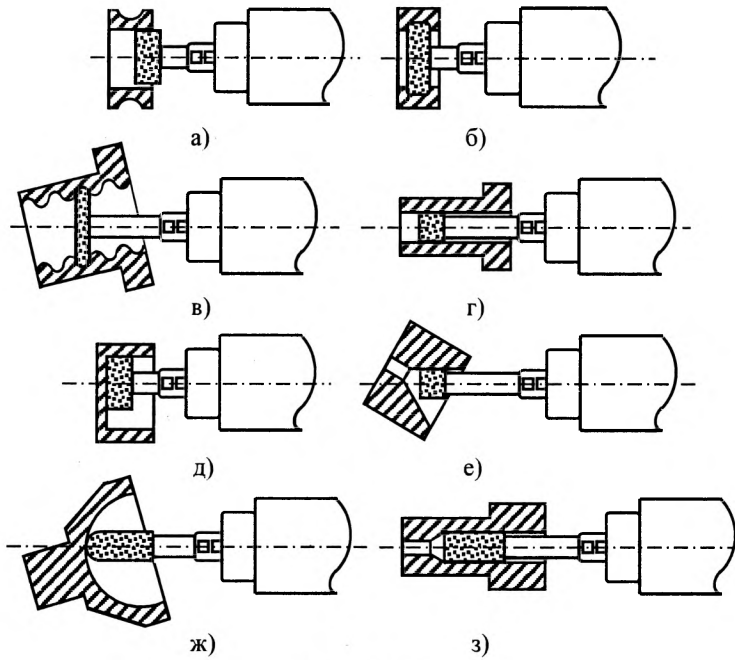


Рис. 2.24

2.3. Мехатронные модули движения

Мехатронный модуль движения (ММД) – конструктивно и функционально самостоятельное изделие, включающее в себя механическую, электрическую (электротехническую) и информационную части, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями.

В связи с развитием новых электронных технологий, которые позволили создать миниатюрные датчики и электронные блоки для обработки их сигналов, в мехатронных модулях движения появились электронные и информационные устройства, что является их главным отличающим признаком от модулей движения.

Для создания современных технологических машин, предназначенных для автоматизированного машиностроения, необходимы разнообразные мехатронные модули движения, удовлетворяющие ряду требований: высокой точности реализации исполнительных движений, надежности, долговечности, возможности работы при наличии различных видов возмущений и в широком диапазоне температур окружающей среды, а также значительно меньшим массо-габаритным показателям по сравнению с обычным электроприводом. Требования к развиваемым усилиям, точности и скорости исполнительных движений диктуются особенностями автоматизируемой технологической операции, а требование минимизации размеров мехатронного модуля движения – необходимостью встраивания его в технологическую машину. Попытка синтеза мехатронного модуля движения из имеющихся в наличии серийно выпускаемых компонентов может привести к технически и экономически неэффективным решениям. Поэтому более рациональным является проектирование специализированного мехатронного модуля движения, наиболее полно отвечающего его служебному назначению.

Сложность и противоречивость требований, предъявляемых к мехатронным модулям движения, обусловливает целесообразность мехатронного подхода к их проектированию. В частности, следование принципу синергетической интеграции элементов системы приводит к обеспечению желаемого уровня качества

модуля за счет конструктивного и функционального взаимопроникновения его компонентов, многие из которых являются специализированными и создаются в ходе параллельного системного проектирования с учетом их последующего эффективного объединения.

Если преобладающим является требование обеспечения компактности мехатронного модуля движения, то оно может быть реализовано путем использования бесконтактных электрических машин и их интеграции с преобразователями движения и информационно-измерительными элементами. При этом преобразователи движения и датчики не являются отдельными устройствами, а становятся неотъемлемыми элементами двигателя. Синергетический эффект достигается также за счет выполнения некоторыми компонентами мехатронного модуля движения нескольких функций одновременно. Такие решения позволяют исключить многие механические интерфейсы, упростить и удешевить конструкцию, устранить необходимость механической подгонки и согласования датчика и двигателя.

Мехатронные модули движения являются функциональными «кубиками» из которых можно компоновать сложные мехатронные системы.

Примеры мехатронных модулей движения: мехатронные модули движения на основе электродвигателей углового и линейного движения и различных преобразователей движения (винтовых, червячных, планетарных, волновых и т.п.), безредукторные мехатронные модули движения, безредукторные поворотные столы.

На рис. 2.25 изображена схема мехатронного модуля движения, разработанного в ЦНИИ автоматики и гидравлики и в МГТУ «СТАНКИН» [2].

Модуль состоит из трехфазного бесконтактного электродвигателя, шарико-винтового преобразователя движения, индуктивного датчика положения (ИДП) и направляющих.

Ротор 6 электродвигателя соединен с гайкой 2 шарико-винтового преобразователя движения, установленной на подшипниках 3 в корпусе 4.

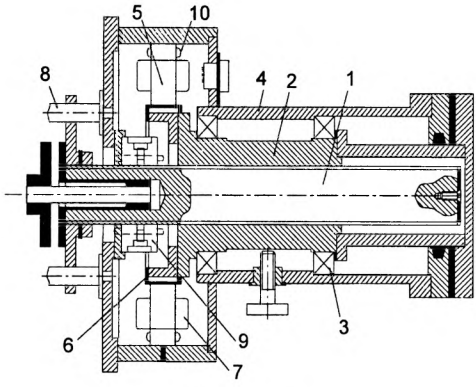


Рис. 2.25

Токи, протекающие по фазным обмоткам 7 статора 5 приводят к появлению электромагнитного момента двигателя, вызывающего вращение гайки 2. При этом винт 1 совершает линейное перемещение вдоль направляющих 8. Для измерения перемещения винта 1 применен индуктивный датчик положения 9. Роль его подвижного элемента выполняет винт 1. Неподвижная часть 9 закреплена в корпусе 4 мехатронного модуля движения и частично помещена внутрь полого ротора 6 двигателя.

На роторе 6 электродвигателя размещено 20 высокоэффективных постоянных магнитов. На статоре 5, имеющем 24 паза, размещены фазные обмотки 7 якоря двигателя, а также трехфазные тахометрические обмотки, служащие для измерения скорости вращения ротора, и обмотки возбуждения датчика положения ротора (ДПР).

Исполнение ДПР имеет особенности, которые позволяют существенно упростить конструкцию и уменьшить объем мехатронного модуля движения. В отличии от применяемых обычно ДПР на базе датчиков Холла, используемый в данном модуле ДПР не является самостоятельным конструктивным элементом, а представляет собой «неявное» устройство. Его функции реализуются с помощью нескольких элементов: тахометрических обмоток, обмоток возбуждения, находящихся в специально изготовленных отверстиях статора в непосредственной близости от тахометрических обмоток, и электронной аппаратуры мехатронного модуля движения.

Преимущество рассматриваемого «неявного» ДПР заключаются в отсутствии необходимости его фазировки при настройке

модуля, поскольку она обеспечивается конструкцией двигателя. Кроме того, такой ДПР подает сигналы положения ротора непрерывно, что позволяет без особых проблем формировать синусоидальные токи в фазных обмотках двигателя. Такая возможность улучшает свойства мехатронного модуля в результате снижения пульсации момента двигателя.

Неподвижная часть индукционного датчика положения, внутри которой поступательно перемещается винт, имеет винтовую нарезку, аналогичную самому винту, и является, по сути, гайкой. Отличие состоит в том, что винт имеет левую резьбу, а гайка датчика – правую. Кроме того, для обеспечения свободного движения винта внутри ИДП, внутренний диаметр гайки датчика должен быть несколько больше внешнего диаметра винта. Неподвижная часть ИДП состоит из двух полугаек, одна их которых развернута относительно другой на пол-оборота. Внутри нее размещены аксиальная обмотка возбуждения и намотанные в пазах выходные обмотки (синусная и косинусная обмотки датчика), каждая из которых имеет по четыре секции, включенные последовательно и попарно встречно. Магнитный поток, создаваемый переменным током, протекающим по обмоткам возбуждения, замыкается через первую полугайку, винт и вторую полугайку. При этом он пронизывает синусную и косинусную обмотки ИДП и индуцирует в них ЭДС. Выступы резьбы винта и гайки датчика играют роль полюсных наконечников.

При изменении положения винта в результате смещения выступов витков резьбы винта относительно выступов витков резьбы гайки датчика по-разному меняются сопротивления магнитных цепей, обусловливающих формирование ЭДС, наводимых в выходных обмотках ИДП. В результате амплитуды ЭДС в синусной и косинусной обмотках датчика оказываются различными и зависят от положения винта относительно неподвижной гайки датчика. Таким образом, наведенные в обмотках гармонические сигналы промодулированы по амплитуде в функции от перемещения винта. Если напряжения, возникающие в синусной и косинусной обмотках, подвергнуть фазочувствительному выпрямлению, то образуются сигналы, огибающие которых пропорцио-

нальны синусу и косинусу от перемещения винта, причем их периоды соответствуют одному шагу винта.

На рис. 2.26 изображен мехатронный модуль линейного движения выходного звена. Он состоит из асинхронного электродвигателя 1 с полым валом 2, шарико-винтового преобразователя движения, включающего в себя винт 3, шарики 4, составную гайку 5, жестко скрепленную с валом 2, направляющей 6, электромагнитного тормоза 7, фотоимпульсного датчика 8 и корпуса 9.

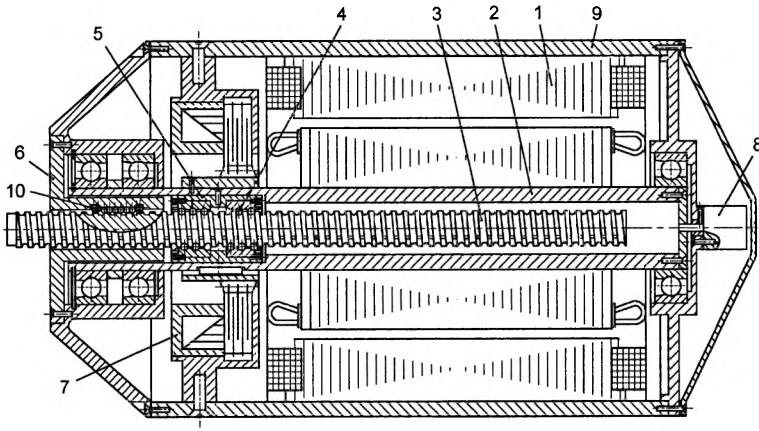


Рис. 2.26

При вращении ротора электродвигателя 1 вал 2 вращает гайку 5, которая через шарики 4 вызывает поступательное перемещение винта 3. Для предотвращения проворачивания и уменьшения трения при перемещении винта 3 в нем сделаны три продольных паза, в которые входят шарики 10 направляющей 6. Величину перемещения винта 3 фиксирует фотоимпульсный датчик 8. Электромагнитный тормоз 7, закрепленный в корпусе 9, в случае отключения электроэнергии срабатывает и останавливает винт.

Конструкция двухстепенного (двухкоординатного) мехатронного модуля движения изображена на рис. 2.27. Модуль состоит из двух двигателей 1 и 2, волнового преобразователя движения с неподвижным гибким колесом 3, подвижным жестким колесом 4 и кулачкового генератора волн 5, двухступенчатого преоб-

разователя движения, состоящего из конической зубчатой передачи 6 и 7, волнового преобразователя движения с неподвижным жестким колесом 8, подвижным гибким колесом 9 и кулачковым генератором волн 10, двух фотоимпульсных датчиков 11 и 12.

При включении электродвигателя 1 генератор волн 5 начинает вращаться и жесткое колесо 4 вместе со связанным с ним корпусом 13 приходит в движение.

При включении электродвигателя 2 вращение его вала через пару зубчатых колес 6 и 7 приводит во вращение генератор волн 10 и гибкое колесо 9 вместе со связанным с ним выходным валом 14 приходит в движение.

Фотоимпульсные датчики 11 и 12 предназначены для определения положения и перемещения корпуса 13 и выходного вала 14 соответственно.

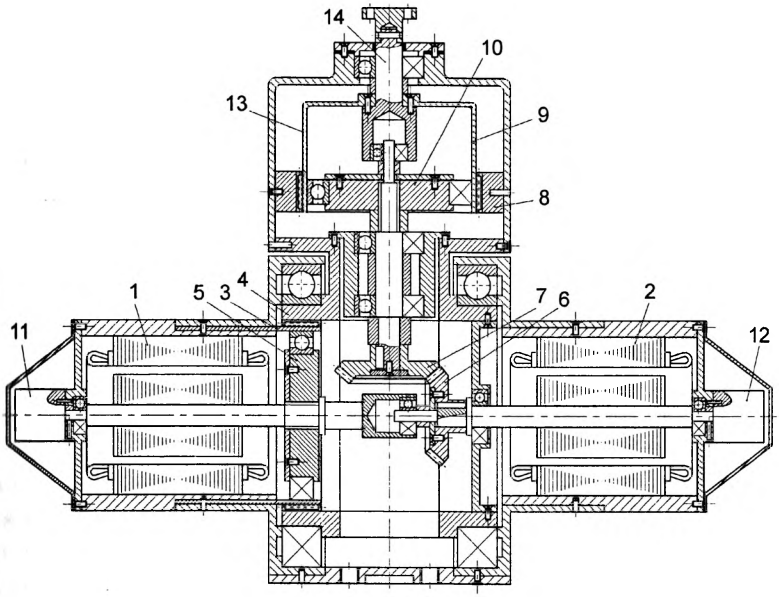


Рис. 2.27

Мехатронный модуль движения фирмы MAXON изображен на рис. 2.28.

Он состоит из коллекторного электродвигателя 1, двухступенчатого преобразователя движения 2 и фотоимпульсного датчика положения 3.

Электродвигатель включает в себя обмотку 4, магнит 5, коллектор 6, щетки 7, фланец 8, подшипник 9, вал 10, заканчивающийся шестерней 11 (вал-шестерня) и крышку 12.

Каждая ступень планетарного преобразователя движения типа 2К-Н с одним внешним и одним внутренним зацеплениями имеет два центральных колеса 11 и 13 (первая ступень), водило 14 и сателлиты 15. Для установки подшипника 9 имеется специальная монтажная плита 16. Подшипник 17 закреплен во фланце 18 преобразователя движения, через который проходит выходной вал 19.

Фотоимпульсный датчик положения предназначен для определения положения и перемещения выходного вала мехатронного модуля движения.

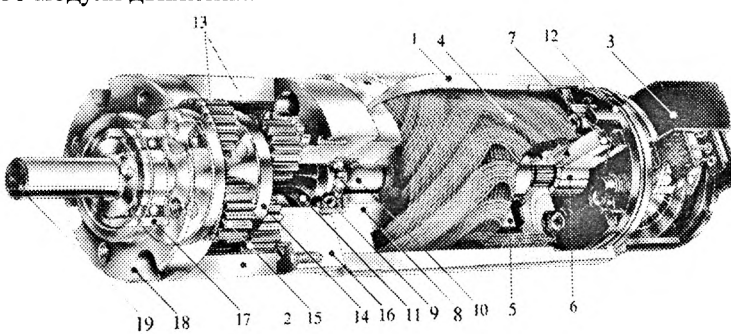


Рис. 2.28

Важнейшим этапом развития мехатронных модулей движения стали разработки модулей типа «двигатель-рабочий орган». Такие конструктивные модули имеют особое значение для технологических мехатронных систем, целью движения которых является реализация целенаправленного воздействия рабочего органа на объект работ. Мехатронные модули движения типа «двигатель-рабочий орган» широко применяют в шлифовальных и фрезерных станках под названием мотор-шпиндели.

На рис. 2.29 изображен мотор-шпиндель фирмы Fortuna (Германия). Он состоит из электродвигателя 1, передаточного ва-

ла 2 с поддерживающим роликом 3 и шпиндельного вала 4, установленного в подшипниковых опорах 5 качения. Геометрические параметры мотор-шпинделя приведены в табл. 2.8.

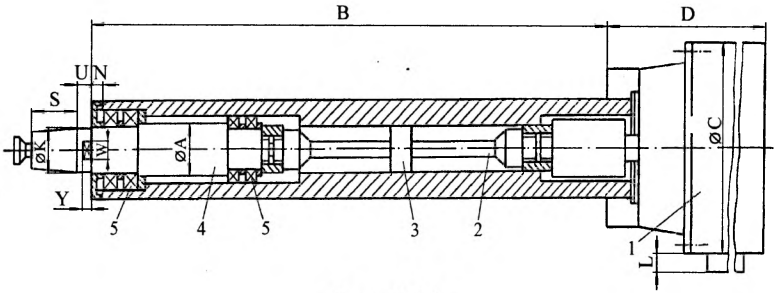


Рис. 2.29

Таблица 2.8

Геометрические параметры мотор-шпинделей фирмы Fortuna

Тип мотор-шпинделя	Шпиндель, мм		Частота вращения шпиндельного вала n, об/мин	Мощность двигателя P, кВт	Двигатель, мм			Шпиндельный вал, мм						Масса m, кг
	A	B			C	D	L	K	S	U	W	R	N	
M-32-FAV	60	270 355 455	3000	1,5 2,2 3,0 4,0	176 176 194 218	291 316 346 366	42 42 42 51	24	32	11	22	8,5	8	26...44 29...47 31...49
		270	3000...21000	1,5	176	355	42							27
M-32-FAV	70	270 355 455	3000	2,2 3,0 4,0 5,5	176 194 218 258	316 346 366 409	42 42 51 66	28	41	11	24	8,5	8	32...60 36...64 42...70
		270	3000...18000	2,2	176	380	42							33
M-32-FAV	80	270 405 585	3000	3,0 4,0 5,5 7,5	194 218 258 258	346 366 409 409	42 51 66 66	34	45	13	30	11	10	40...66 48...74 54...80
		270	3000...12000	3,0	194	401	42							41
M-32-FAV	100	340 570 740	3000	4,0 5,5 7,5 11,0	218 258 258 258	366 409 409 447	51 66 66 66	48	65	13	41	11	10	61...83 77...99 92...114
		340	3000...12000	4,0	218	437	51							62
M-32-FAV	120	440 740 940	3000	5,5 7,5 11,0 15,0 18,5	258 258 258 310 310	409 409 447 519 563	66 66 66 77 77	54	72	13	46	11	14	95...173 125...223 142...230
		440	3000...8000	5,5	258	472	66							97

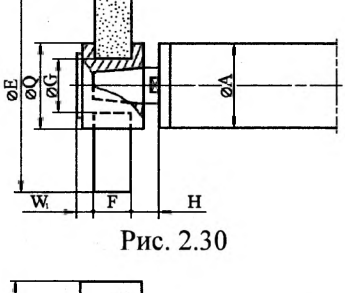


Рис. 2.30

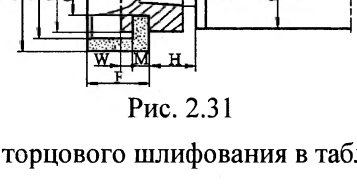


Рис. 2.31

Для осуществления технологической операции на шпиндельном валу мотор-шпинделя закрепляют оправку с установленным на ней рабочим инструментом.

На рис. 2.30 показан мотор-шпиндель фирмы Fortuna с установленной на его шпиндельном валу оправкой с шлифовальным кругом, осуществляющим внутреннее и внешнее шлифование, а на рис. 2.31 – торцовое шлифование.

Геометрические параметры оправки и шлифовального круга для внутреннего и внешнего шлифования приведены в табл. 2.9, торцового шлифования в табл. 2.10.

Таблица 2.9

Геометрические параметры шлифовального круга и оправки при внутреннем и внешнем шлифовании

Диаметр шпинделя A, мм	Частота вращения шпиндельного вала n, об/мин	Шлифовальный круг, мм			Фланец (оправка), мм		
		E_{max}	F_{max}	G	Q	H	W_1
60	3000	200	32	50.8	85	26	13
70	3000	200	32	50.8	85	26	13
80	3000	200	40	50.8	85	28	13
100	3000	250	50	76.2	119	32	20
120	3000	300	63	76.2	119	32	21
100	1500	400	40	127	186	30	33
120	1500	450	50	127	186	30	28
120	1500	450	50	152.4	212	30	28

Отличительной конструктивной особенностью мотор-шпинделей является монтаж шпинделя непосредственно в роторе двигателя. При создании высокоскоростных мехатронных модулей на основе мотор-шпинделя предъявляют жесткие требования к статической и динамической устойчивости шпинделя.

Шпиндельные опоры конструируют как на базе подшипников качения, так и на базе гидростатических, гидродинамических и электромагнитных подшипников. При использовании радиально-упорных подшипников качения применяют специальные методы смазки (импульсный, масляно-воздушный) и проводят контроль предварительного натяга в собранном модуле. Перспективным является использование гибридных (со стальными кольцами и керамическими шариками) подшипников, а также применение в подшипниках стальных колец с твердосплавным покрытием.

Таблица 2.10

Геометрические параметры шлифовального круга и оправки при торцовом шлифовании

Диаметр шпинделя A, мм	Частота вращения шпиндельного вала n, об/мин	Шлифовальный круг, мм					Фланец (оправка), мм		
		E_{max}	F_{max}	J	M	G	Q	H	W
60	3000	100	63	84	13	32.0	62	41	7
70	3000	125	63	100	13	50.8	74	45	12
80	3000	125	100	100	16	50.8	85	52	12
100	3000	175	125	143	20	76.2	119	65	15
120	3000	200	125	168	20	76.2	119	73	15
100	1500	225	125	193	20	76.2	119	65	15
120	1500	250	125	218	20	76.2	119	73	15

Использование в качестве опор подшипников качения ограничивает функциональные возможности шпиндельных узлов.

Для реализации на станках высокопроизводительных режимов обработки разработаны шпиндельные узлы на электромагнитных опорах. На рис. 2.32 показана схема высокоскоростного

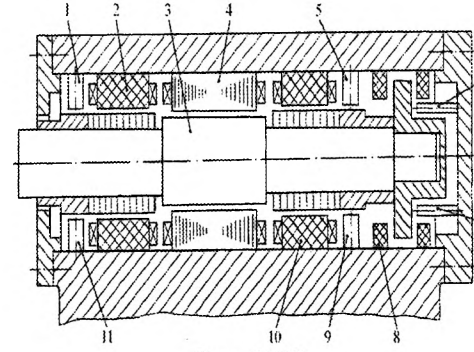


Рис. 2.32

фрезерного модуля-шпинделя с частотой вращения 30000 об/мин и мощностью до 20 кВт. Частоту вращения ротора электродвигателя и соответственно шпинделя регулируют изменением частоты питающего напряжения. Мотор-шпиндель состоит из статора 4, ротора 3, вращающегося в двух электромагнитных радиальных 2 и 10 и осевых 8 опорах. Для сохранения постоянным положения оси ротора его контролируют радиальными 1, 11, 5 и 9 и осевыми 6 и 7 датчиками. Сигналы рассогласования управляющая вычислительная машина преобразует в ток электровозбуждения в обмотках, чем регулируется сила магнитного поля, которая при отклонении ротора от заданного положения возвращает его в течение нескольких миллисекунд в исходное положение.

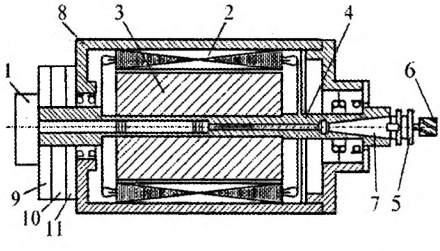


Рис. 2.33

Мехатронный модуль движения (рис. 2.33), разработанный в Новосибирском государственном техническом университете, представляет собой безредукторный мотор-шпиндель на базе конструкции высокомоментного синхронного электродвигателя с возбуждением от постоянных магнитов и электронного коммутатора, переключающего секционированную обмотку двигателя и обеспечивающего ступенчатое регулирование в зоне постоянства мощности [3].

Мотор-шпиндель состоит из корпуса (шпиндельной бабки) 8, внутри которого расположены статор 2, ротор 3 с постоянными магнитами и жестко скрепленный с ним шпиндель 4, имеющий фланец 5 для закрепления на нем инструмента 6 и канала 7 для подвода рабочей жидкости. Снаружи корпуса размещены гидроусилитель 1 для освобождения инструмента, датчик 9 скорости, датчик 10 положения и датчик 11 положения ротора двигателя и точного останова.

Мотор-шпиндель обладает широким диапазоном регулирования частоты вращения, в том числе при постоянстве мощности

на шпинделе, высокой точностью и высокими динамическими свойствами.

Основные технические характеристики мотор-шпинделя:

Максимальная частота вращения n_{max}, об/мин	5000
Номинальная частота вращения $n_{ном}$, об/мин	500
Длительный вращающий момент Т, Н·м	300
Максимальный вращающий момент T_{max}, Н·м	430

Мехатронный модуль движения, представляющий собой безредукторный поворотный стол (рис. 2.34), предназначен для обеспечения режимов позиционирования и контурной обработки на фрезерных, сверлильных и расточных станках. Он состоит из основания 1 и собственно поворотного стола 2, опирающегося на упорные подшипники 3, встроенного электродвигателя 4, ротор 5 которого скреплен с планшайбой 6, датчика 7 положения, датчика 8 скорости и гидротормоза 9, обеспечивающего фиксацию планшайбы в нужном положении. Безредукторное совмещение ротора электродвигателя и планшайбы позволяет полностью исключить люфт и соответственно увеличить точность позиционирования стола и расширить его технологические возможности. При этом упрощается конструкция стола, уменьшается число деталей, повышается жесткость [3].

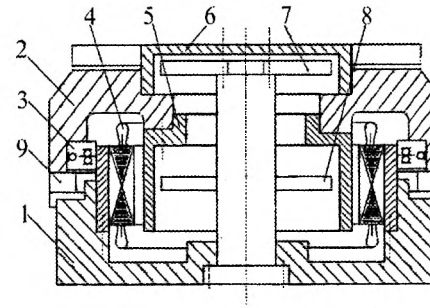


Рис. 2.34

В табл. 2.11 приведены основные технические характеристики безредукторных поворотных столов.

Таблица 2.11

Основные технические характеристики безредукторных поворотных столов

Наименование характеристики	Модель				
	СП 200	СП 320	СП 630	СП 630В	СП 1000
Вращающий момент (30 мин) Т, Н·м	20	300	600	1500	2500
Вращающий момент (5 мин) Т, Н·м	40	600	1200	3000	5000
Внешний диаметр D, мм	191	398	644	584	930
Высота Н, мм	170	240	250	200	280
Погрешность позиционирования δ, угл. с (...")	3	3	3	3	3

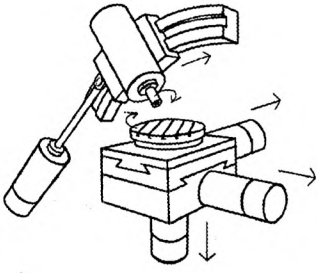


Рис. 2.35

Мехатронные модули дают возможность создавать разнообразное технологическое оборудование нетрадиционных компоновок. Одним из представителей такого технологического оборудования является многокоординатный обрабатывающий центр ДФ-320 с перемещающимся по дуге шпинделем. На рис. 2.35 представлена его схема. В этом центре, изготовленном Дмитровским заводом фрезерных станков, нашли применение такие мехатронные модули движения, как модуль поступательного перемещения, безредукторный поворотный стол и безредукторный мотор-шпиндель.

2.4. Состав мехатронного модуля движения

Мехатронный модуль движения состоит из следующих основных частей (рис. 2.36).

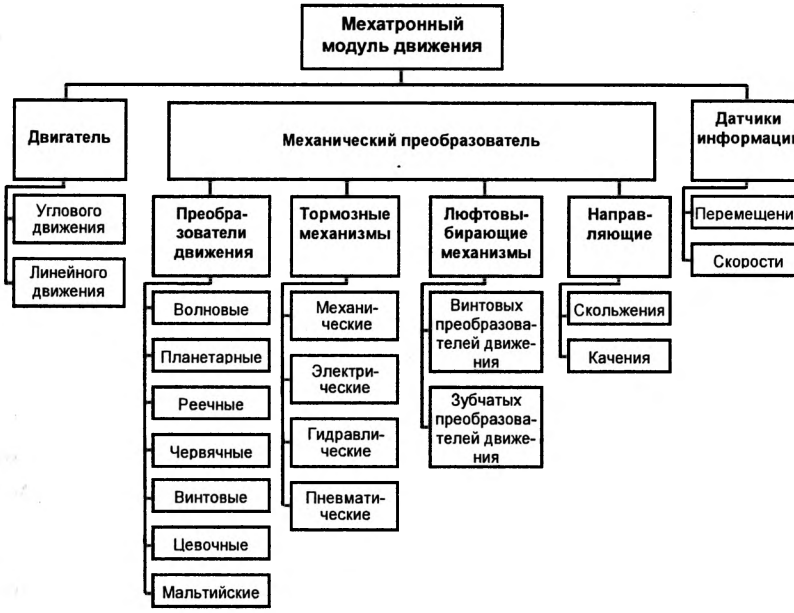


Рис. 2.36

Электродвигатель – это электротехнический преобразователь электрической энергии в механическую.

Механический преобразователь – устройство, преобразующее параметры движения двигателя в требуемые параметры движения выходного звена (может отсутствовать).

В состав механического преобразователя входят:

преобразователь движения (передача) – механизм, предназначенный для преобразования одного вида движения в другое, согласования скоростей и вращающих моментов двигателя и выходного звена мехатронного модуля;

тормозное устройство – устройство, предназначенное для уменьшения скорости подвижного звена, останова и удержания его в неподвижном состоянии;

люфтовыбирающий механизм – устройство, предназначенное для выборки зазора (мертвого хода) в некоторых видах преобразователей движения;

направляющие – устройства, обеспечивающие заданное относительное движение выходного звена мехатронного модуля.

Информационное устройство – устройство, преобразующее контролируемую величину в сигнал, удобный для измерения, передачи, преобразования, хранения и регистрации, а также для воздействия им на управляемые процессы.

2.5. Интеллектуальные мехатронные модули

Главной особенностью современного этапа развития мехатроники является создание принципиально нового поколения модулей – интеллектуальных мехатронных модулей.

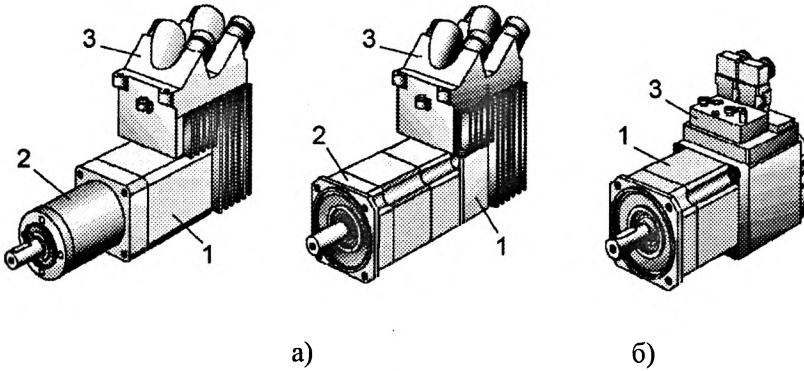
Интеллектуальный мехатронный модуль (ИММ) – конструктивно и функционально самостоятельное изделие с синергетической интеграцией механической, электрической (электротехнической), информационной и компьютерной (электронной) частей, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями.

Таким образом, по сравнению с мехатронными модулями движения (ММД), в конструкцию ИММ дополнительно встраивают микропроцессорные вычислительные устройства и силовые электронные преобразователи, что придает этим модулям интеллектуальные свойств и является их главным отличающим признаком от ММД.

На рис. 2.37,а и рис. 2.37,б изображены интеллектуальные мехатронные модули фирмы SIEMENS SIMODRIVE POSMO A и SIMODRIVE POSMO SI соответственно, включающие в себя электродвигатель 1, механический преобразователь 2 и силовой преобразователь 3.

Синергетическая интеграция указанных элементов составляет структурный базис мехатроники. Мехатронная идея синергетической интеграции элементов различной физической приро-

ды становится все более популярной среди разработчиков и потребителей наукоемкой продукции.



а) б)

Рис. 2.37

Первые образцы интеллектуальных мехатронных модулей появились в середине 90-х годов XX века, и в последние годы их доля на рынке быстро увеличивается. Так, по данным журнала Packaging Digest (август 2002), в настоящее время встроенные контроллеры управления движением применяют в 35,1% мехатронных упаковочных машин. В течение ближайших 1,5…2 лет ожидается увеличение доли машин этого класса на 8...10%. Аналогичная тенденция наблюдается и в других областях применения мехатронных систем, в частности, в автоматизированном машиностроении.

Рассмотрим основные преимущества, которые дает применение интеллектуальных мехатронных модулей:

- способность ИММ выполнять сложные движения самостоятельно, без обращения к верхнему уровню управления, что повышает автономность модулей, гибкость и живучесть мехатронных систем, работающих в изменяющихся и неопределенных условиях внешней среды;
- упрощение коммуникаций между модулями и центральным устройством управления (вплоть до перехода к беспроводным

коммуникациям), что позволяет добиваться повышенной помехозащищенности мехатронной системы и ее способности к быстрой реконфигурации;

- повышение надежности и безопасности мехатронных систем благодаря компьютерной диагностике неисправностей и автоматической защите в аварийных и нештатных режимах работы;
- создание на основе ИММ распределенных систем управления с применением сетевых методов, аппаратно-программных платформ на базе персональных компьютеров и соответствующего программного обеспечения;
- использование современных методов теории управления (программных, адаптивных, интеллектуальных, оптимальных) непосредственно на исполнительном уровне, что существенно повышает качество процессов управления в конкретных реализациях;
- интеллектуализация силовых преобразователей, входящих в состав ИММ, для реализации непосредственно в мехатронном модуле интеллектуальных функций по управлению движением, защите модуля в аварийных режимах и диагностики неисправностей;
- интеллектуализация сенсоров для мехатронных модулей позволяет добиться более высокой точности измерения, программным путем обеспечив в самом сенсорном модуле фильтрацию шумов, калибровку, линеаризацию характеристик вход/выход, компенсацию перекрестных связей, гистерезиса и дрейфа нуля.

Основным фактором, сдерживающим использование интеллектуальных мехатронных модулей в серийных изделиях, является их высокая цена, хотя в последние годы она постоянно снижалась. Это обусловлено рядом технологических факторов:

- бурным развитием в последнее время аппаратных устройств и информационных технологий, ориентированных на задачи управления движением;
- появлением полупроводниковых приборов нового поколения (силовых полевых транзисторов, биполярных транзисторов с

изолированным затвором, тиристоров с полевым управлением);

- переходом на новую элементную базу в системах управления движением – это цифровые сигнальные процессоры (DSP - процессоры) и блоки FPGA (Field Programmable Gate Arrays);
- разработкой гибридных технологий мехатроники, позволяющих встраивать электронные и вычислительные устройства в механические узлы.

С точки зрения функционально-структурного анализа, интеллектуальные мехатронные модули реализуют все семь функциональных преобразований. В структуру ИММ входят электромеханическая и управляющая подсистемы, а также силовой преобразователь и соответствующие интерфейсы.

Интеллектуальный мехатронный модуль состоит из следующих основных элементов:

- электродвигателя (хотя возможно использование движителей и других типов, например, гидравлических);
- механического преобразователя;
- датчиков обратной связи и сенсорных устройств;
- управляющего контроллера;
- силового преобразователя;
- устройств сопряжения и связи.

В современных ИММ используют различные типы электродвигателей: углового и линейного движения, переменного и постоянного тока, коллекторные и вентильные, непрерывного движения и шаговые.

В качестве преобразователей движения применяют зубчатые, винтовые и др. передачи. В конструкциях некоторых ИММ, построенных на базе высокомоментных двигателей, преобразователи движения отсутствуют.

В интеллектуальных мехатронных модулях используют различные датчики положения и скорости (фотоимпульсные, вращающиеся трансформаторы, тахогенераторы) и сенсоры (датчики тока и момента, температуры и вибрации), которые передают информацию в устройство компьютерного управления о фактическом состоянии подсистем модуля.

Встроенные управляющие контроллеры, реализованные на современной элементной базе, позволяют получать компактные и надежные мехатронные изделия, обладающие интеллектуальными функциями, и строить на их основе многокоординатные мехатронные системы с децентрализованным управлением. В сочетании с открытой архитектурой систем управления типа PC-NC это позволяет создать качественно новые системы управления, обладающие принципиально новыми характеристиками по быстродействию, точности и функциональной гибкости.

Принципиально важно, чтобы все перечисленные элементы были конструктивно объединены разработчиком в едином корпусе. При этом устройства связи становятся внутренними блоками, недоступными для пользователя.

При разработке ИММ, следует последовательно выполнить этапы функционально-структурного и структурно-конструктивного анализа и затем приступить к конструкторской реализации выбранного варианта.

Следует отметить, что сущность интеллектуальных мехатронных модулей определяется не типом структурных элементов, использованных в данной конструкции, а в первую очередь их функциональным назначением.

2.6. Примеры интеллектуальных мехатронных модулей

Одним из первых интеллектуальных мехатронных модулей является модуль SmartMotor американской фирмы Animatics Corp., который появился на рынке в 1994 году.

Он создан на базе стандартного электродвигателя диаметром Ø60 мм, в задней части корпуса которого дополнительно были установлены фотоимпульсный датчик, усилитель, 32-битовый программируемый контроллер и устройство связи с сетью. Модуль является универсальным, может быть использован в мехатронных системах различного назначения. Производитель подчеркивает, что на 70% модуль состоит из стандартных элементов, что позволило снизить его стоимость и обеспечить высокую на-

дежность. Пользователь может самостоятельно выбрать режим управления (по положению, скорости или ускорению), а также использовать алгоритмы компьютерного управления, компенсирующие влияние люфта в преобразователях движения на динамические характеристики модуля.

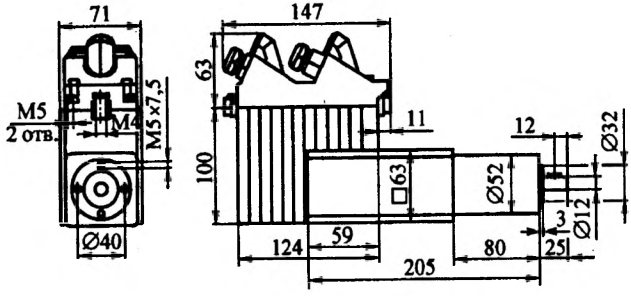
Фирма SIEMENS выпускает интеллектуальные мехатронные модули SIMODRIVE POSMO A (рис. 2.38), состоящие из следующих элементов:

- вентильного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов;
- планетарного (рис. 2.38,а) или червячного (рис. 2.38,б) преобразователя движения (может отсутствовать (рис. 2.38, в));
- тормозного устройства (может отсутствовать);
- встроенного фотоимпульсного датчика (ФИД);
- силового преобразователя, который конструктивно закрепляется на крышке двигателя;
- комплектного управляющего устройства, включающего регулятор двигателя, блоки позиционирования и программирования, а также коммуникационный интерфейс для подключения в среде PROFIBUS.

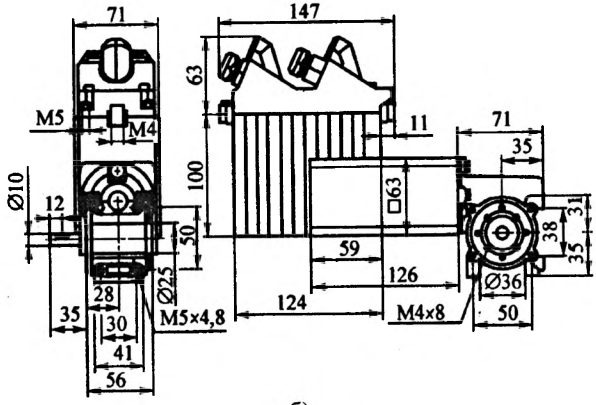
Отличительной особенностью конструкции является съёмная крышка для подключения силового преобразователя, которая содержит интегрированный переключатель адреса шины PROFIBUS и тормозной резистор, что позволяет при необходимости отключить двигатель без разрыва коммуникационных и силовых (по питанию) связей в других устройствах. Благодаря объединению коммуникационной и силовой шин достигается упрощение внутренней структуры модуля и обеспечивается его компактность.

Управление модулем осуществляют по стандартной шине PROFIBUS, при этом возможны следующие режимы движения:

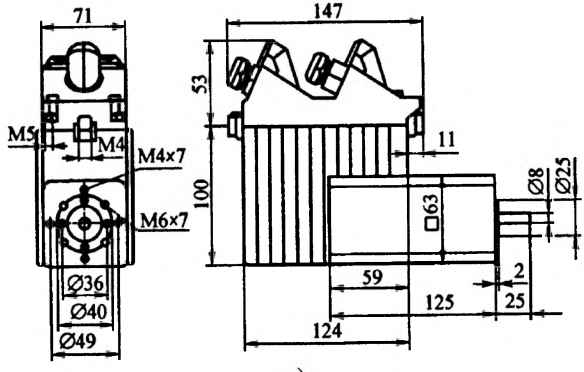
- перемещение в конечную позицию с программно заданной скоростью и регулируемым ускорением;
- движение с регулируемой частотой вращения вала и регулируемым ускорением.


71
147
63
M5
2 отв.
M4
M5×7,5
11
12
Ø32
100
□63
Ø52
3
Ø12
Ø40
124
59
80
25
205

а)


71
147
63
M5
M4
11
71
35
Ø10
12
100
□63
31
38
35
50
59
126
Ø25
Ø36
28
124
M4×8
35
30
M5×4,8
50
41
56

б)


71
147
53
M5
M4
M4×7
11
M6×7
100
□63
Ø8
Ø25
59
2
Ø36
125
25
Ø40
124
Ø49

в)

Рис. 2.38

Оператор с помощью специального программного обеспечения может задавать в программе движения временные или логические условия, использовать методы компенсации зазора (люфта), получать сообщения о текущем положении и диагностике состояния модуля.

Технические данные некоторых модулей SIMODRIVE POSMO A приведены в табл. 2.12.

Таблица 2.12

Технические характеристики интеллектуальных мехатронных модулей SIMODRIVE POSMO A

Тип модуля	75 Ватт	300 Ватт
Напряжение питания U,В	24	48
Тип двигателя	С возбуждением от постоянных магнитов бесщеточный серводвигатель	
Номинальное частота вращения вала двигателя $n_н$, об/мин	3300; 2000	3500; 3000
Номинальный момент двигателя $T_н$, Н·м	0,18; 0,36	0,48; 0,95
Номинальный ток двигателя I, А	4,5; 9	5; 10
КПД двигателя η, %	65	75
Момент инерции двигателя, $J_д$, кг·м^2	$6 \cdot 10^{-2}$	$6{,}3 \cdot 10^{-2}$
Датчик обратной связи	инкрементальный	инкрементальный
Разрешение датчика, инкр/об	816	4096
Масса модуля m, кг:		
без редуктора	3,1	3,9 (4,0)
с 1-ступенчатым зубчатым редуктором	3,5	5,1 (5,2)
с 2-ступенчатым зубчатым редуктором	3,7	5,4 (5,5)
с 3-ступенчатым зубчатым редуктором	3,9	
с червячным редуктором	3,5	
Примечание. Значения в скобках – масса модуля с тормозом		

Интеллектуальный мехатронный модуль SIMODRIVE POSMO SI фирмы SIEMENS (рис. 2.39) предназначен для реализации движений по одной управляемой координате при децентрализованном управлении мехатронной системой.

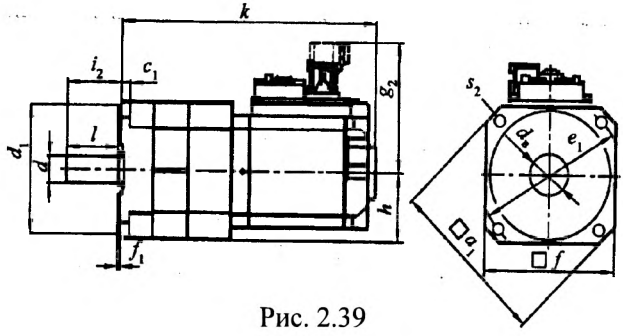


Рис. 2.39

В состав модуля входят следующие элементы:

- вентильный двигатель с возбуждением от постоянных магнитов (напряжение питания 600 В);
- преобразователь движения и тормозное устройство;
- блок силовой электроники;
- встроенный фотоимпульсный датчик (ФИД);
- вентилятор для принудительного охлаждения;
- управляющее устройство, включающее управляющий контроллер, блоки позиционирования и программирования, а также коммуникационный интерфейс для шины PROFIBUS.

Геометрические параметры и технические характеристики интеллектуального мехатронного модуля SIMODRIVE POSMO SI приведены в табл. 2.13 и 2.14 соответственно.

Таблица 2.13

Геометрические параметры интеллектуального мехатронного модуля SIMODRIVE POSMO SI

Двигатель		Геометрические параметры															
Тип	Размер	a_1	b_1	c_1	e_1	f	f_1	q_2		h	i_2	k	d	d_a	l	t	u
								штекер прямой	штекер угловой								
6SN2460 6SN2463	63	155	110	10	130	126	3.5	179	174,8	63	50	349 399	24	M8	45	27	8
6SN2480 6SN2463	80	186	130	13	165	155	3,5	193,5	198,3	77,5	58	357 395	32	M12	50	36	10
6SN2500	100	240	180	13	215	192	4	194	189,8	96	80	379	38	M12	75	41	10

Таблица 2.14

Технические характеристики интеллектуального мехатронного модуля SIMODRIVE POSMO SI

Тип двигателя	Номинальная мощность P, кВт	Номинальная частота вращения $n_н$, об/мин	Номинальный момент $T_н$, Н·м	Момент инерции ротора без/с тормозом $J_д \cdot 10^{-4}$, кг·м^2	Номинальный ток I, А	Номинальное напряжение питания U, В	Масса без тормоза/с тормозом m, кг
1FK6	2,1	3000	4,0	8,6/9,5	3	600	12,0/12,5
	3,7		6,0	16,1/17,0	5,2		16,3/16,8
	2,8		6,8	15,0/18,0	3,9		16,3/17,8
	5,3		10,5	27,3/30,3	7,4		21,0/22,5
	6		12	55,3/63,2	8,2		23,9/26,3

Функциональные возможности модуля:

- позиционирование по одной оси с возможностью свободного программирования последовательности движений;
- использование в качестве ведомого устройства (Slave) в сети PROFIBUS-DP с быстрым циклическим обменом данными с ведущим устройством (Master);
- интерполяционный вид движения совместно с другими приводами благодаря иерархической системе управления с контроллером движения и шиной PROFIBUS-DP;
- встроенная система измерения абсолютных значений перемещений;
- быстрый ввод в эксплуатацию всех приводов на шине PROFIBUS-DP благодаря специальной программе SimoCom U, работающей под Windows 95/98/NT.

Фирма SIEMENS, производитель данных модулей, отмечает их следующие достоинства:

- минимизация затрат потребителя на стойку управления благодаря размещению модуля непосредственно в машине;

- быстрая инсталляция машины благодаря установке модуля и объединению коммуникационных и силовых шин;
- непосредственное подключение сигналов с помощью 4 клемм, которые настраиваются как входы или выходы, установка модульной, удобной для использования, штекерной техники и стандартных кабелей;
- вставляемая крышка подключений с интегрированным переключателем адреса PROFIBUS-DP позволяет отключать модуль или приводной контур без прерывания других связей;
- быстрая диагностика благодаря светодиодам, показывающим неисправность и готовность к работе, а также передачи информации по шине PROFIBUS-DP и использованию специальной программы SimoCom U;
- быстрая замена модулей с помощью карты памяти (Memory Card).

Глава 3
СТРУКТУРА МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

3.1. Компоненты мехатронных модулей

Наиболее простыми мехатронными устройствами являются мехатронные модули, которые составляют основу мехатронных машин и систем. Поэтому рассмотрим более подробно состав мехатронных модулей.

При конструировании мехатронных модулей необходимо учитывать тип основных и дополнительных компонентов, из которых они могут быть сконструированы, их основные функциональные и конструктивные характеристики и способ соединения.

К ***основным компонентам*** мехатронных модулей относят:

1. *Устройство компьютерного управления (УКУ)* – комплекс аппаратных и программных средств, вырабатывающий сигналы управления для мехатронного модуля. В его состав входят:

- задающее устройство (например, джойстики и рукоятки);
- пульт управления оператора;
- вычислительные и преобразующие устройства;
- периферийные устройства ввода-вывода информации.

Устройство компьютерного управления выполняет следующие функции:

- управление функциональным движением выходного звена мехатронного модуля в реальном масштабе времени;
- координация управления механическим движением с сопутствующими внешними процессами;
- взаимодействие с человеком-оператором через человеко-машинный интерфейс в режиме программирования и непосредственно в процессе движения;
- обмен данных с внешними устройствами (информационным устройством, приводом, компьютером верхнего уровня, периферийными устройствами).

2. *Цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП)* – устройства, предназначенные для преобразования цифровой информации в

аналоговую. Они формируют сигнал в виде напряжения и тока, функционально связанных с управляющим кодом. В большинстве случаев эта функциональная зависимость является линейной.

Цифро-аналоговые преобразователи классифицируют

2.1. По принципу действия:

- со сложением токов;
- с делением напряжения;
- со сложением напряжений.

2.2. По типу выходного сигнала:

- синусный токовый сигнал (СТ);
- синусный сигнал напряжения (СН);
- прямоугольный импульсный сигнал (ПИ).

2.3. По полярности выходного сигнала:

- однополярные;
- двухполярные.

2.4. По виду управляющего кода, подаваемого на вход цифро-аналогового преобразователя:

- двоичный;
- двоично-десятичный;
- Грея;
- унитарный.

2.5. По виду источника опорного напряжения:

- с постоянным опорным напряжением;
- с изменяющимся опорным напряжением.

2.6. По основным функциональным характеристикам:

- количеству разрядов;
- быстродействию;
- точности преобразования;
- потребляемой мощности.

3. *Силовые преобразователи (СП)* – устройства, предназначенные для подвода и преобразования электрической энергии к двигателям и представляющие собой импульсные оконечные усилители мощности.

В зависимости от типа и мощности двигателя в силовых преобразователях используют:

- биполярные транзисторы с изолированным затвором (IGBT);
- силовые полярные транзисторы (MOSFET);
- МОП-транзисторы.

4. *Контроллеры движения* – специализированные микроконтроллеры для управления двигателями различных типов.

В зависимости от типа двигателя различают контроллеры движения для управления двигателями:

- постоянного тока;
- переменного тока;
- шаговыми.

Характерной особенностью контроллеров является возможность принимать сигналы обратной связи о положении и скорости выходного звена мехатронного модуля с использованием датчиков обратной связи. Обработку сигналов от датчиков проводят аппаратными средствами контроллера движения, что упрощает его программирование и позволяет уменьшить время на обработку сигналов обратной связи.

5. *Информационные устройства (ИУ) или датчики информации* – совокупность аппаратно-программных средств, предназначенных для получения информации о внешней среде и внутреннем состоянии объекта. Они преобразуют контролируемую величину в сигнал, удобный для измерения, передачи, преобразования, хранения и регистрации, а также для воздействия ими на управляемые процессы.

Датчики делят по ряду основных показателей:

5.1. По роду энергии:

- электрические;
- механические;
- пневматические.

5.2. По характеру модуляции потока энергии:

- амплитудные;
- время-импульсные;
- частотные;
- фазовые;

- дискретные (кодовые).

5.3. По виду выходного сигнала:

- аналоговые;
- цифровые.

5.4. По характеру определения положения объекта:

- абсолютные;
- относительные.

В мехатронных модулях наиболее широко используют датчики положения, перемещения, скорости, ускорения, сил, моментов, а также датчики информации о текущих значениях электрических токов и напряжений в силовых преобразователях. Они могут быть построены на различных принципах с пользованием различных видов энергии, характеру ее модуляции, виду выходного сигнала и др.

6. *Двигатели (Д)* – это преобразователи электрической, пневматической, гидравлической и др. энергии в механическую. Они бывают:

- электрические;
- пневматические;
- гидравлические;
- прочие.

Наиболее широкое применение в мехатронных модулях нашли электрические двигатели – электротехнические преобразователи электрической энергии в механическую:

- углового и линейного движения;
- постоянного и переменного (синхронные и асинхронные) тока;
- коллекторные и вентильные;
- непрерывного движения и шаговые.

В дальнейшем будем рассматривать мехатронные модули только с электродвигателями.

7. *Преобразователи движения (ПД)* – механизмы, предназначенные для преобразования одного вида движения в другое, согласования скоростей и вращающих моментов двигателя и выходного звена мехатронного модуля.

Типы преобразователей движения:

- зубчатые (цилиндрические, конические, реечные, планетарные, волновые, червячные и др.);
- рычажные;
- винтовые (скольжения; качения – шариковинтовые и роликовинтовые; дифференциальные, интегральные);
- ременные (плоско- и клиноременные, зубчатым ремнем);
- цепные;
- цевочные;
- мальтийские;
- прочие.

Основные функциональные характеристики преобразователей движения:

7.1. Вид движения выходного звена:

- поступательное;
- вращательное.

7.2. Характер движения выходного звена:

- постоянное;
- ускоренное;
- замедленное;
- прерывистое;
- реверсивное;
- комбинированное.

7.3. Способ преобразования движения:

- вращательное в поступательное;
- поступательное во вращательное.

7.4. Способ изменения параметров одного вида движения:

- вращательного;
- поступательного.

7.5. Способ изменения величины движения:

- увеличение;
- уменьшение.

7.6. Способ объединения движения:

- суммирование;
- вычитание.

7.7. Способ использования энергии:

- накопление;
- расходование.

7.8. Используемый вид трения:

- скольжения;
- качения.

7.9. Точность функционирования:

- статические погрешности;
- динамические погрешности.

7.10. Динамические характеристики:

- диапазоны максимальных скоростей выходного звена;
- диапазоны максимальных ускорений выходного звена.

Дополнительные компоненты мехатронных модулей.

1. *Тормозные устройства (ТУ)* – устройства, предназначенные для уменьшения скорости подвижности звена, останова и удержания его в неподвижном состоянии:

- механические;
- гидравлические;
- пневматические;
- электрические;
- комбинированные.

2. *Предохранительные устройства (ПУ)* – устройства, предназначенные для предотвращения разрушения элементов мехатронных модулей, а также выхода из строя двигателя:

- электромагнитные;
- фрикционные;
- с разрушающимися элементами;
- прочие.

3. *Направляющие (Н)* – устройства, обеспечивающие заданное относительное движение выходного звена мехатронного модуля:

- скольжения;
- качения.

4. *Люфтовыбирающие устройства (ЛУ)* – устройства, предназначенные для выбора зазоров в некоторых видах преобразователей движения:

- пружинные;
- обжатия;
- осевого смещения;
- торсионные;
- прочие.

Устройство, объединяющее преобразователи движения и дополнительные компоненты – тормозные, предохранительные устройства, люфтовыбирающие механизмы, направляющие – и осуществляющее преобразование параметров движения двигателя в требуемые параметры движения выходного звена представляет собой *механический преобразователь (МП)*.

Основные конструктивные характеристики механических компонентов мехатронных модулей:

- габаритные размеры;
- массы;
- моменты инерции;
- расположения мест крепления;
- надежность (прочность, жесткость, точность, долговечность, безопасность и т.д.).

Способы соединения элементов мехатронных модулей (соединения двигателя и преобразователя движения):

- последовательное соединение (рис. 3.1)

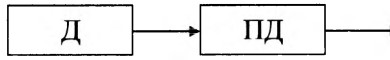


Рис. 3.1

- последовательное соединение с раздвоением энергетического потока (рис. 3.2)

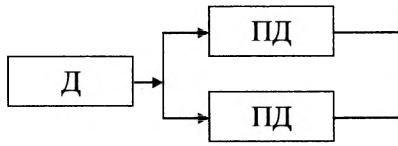


Рис. 3.2

- параллельное соединение (рис. 3.3)

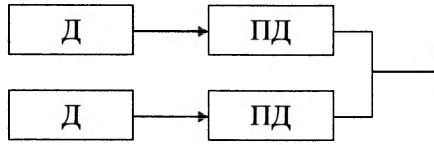


Рис. 3.3

- параллельное соединение с соединением энергетического потока (рис. 3.4)

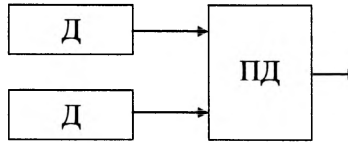


Рис. 3.4

3.2. Структура механизмов мехатронных устройств

Существует большое разнообразие устройств, осуществляющих механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека. Эти устройства включают в себя различные компоненты: механические, электротехнические, электронные и информационные. Механическими компонентами являются механизмы.

Механизм – система твердых тел, подвижно соединенных между собой различными видами связей, реализующая управляемую двигательную функцию, т.е. осуществляющая преобразование управляемого движения одного или нескольких тел системы в требуемые управляемые движения других тел.

Твердые тела, входящие в состав механизма и являющиеся его функциональными элементами называют *звеньями*. Звено механизма конструктивно может состоять из нескольких *деталей*, не имеющих между собой относительного движения.

Звено, принимаемое за неподвижное, называют *основанием (стойкой)*. Звено, которому сообщают движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев, называют *входным*. Максимальное число входных звеньев равно числу управляемых обобщенных координат или числу подвижностей механизма. Звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм, называют *выходным*.

Звенья, находящиеся между входным и выходным звеньями называют *промежуточными*.

Под связями понимают кинематические пары. *Кинематическая пара (КП)* – соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительные движения. Каждая кинематическая пара обладает определенной подвижностью. Кинематические пары можно условно разделить на пассивные и активные.

Пассивная кинематическая пара (далее кинематическая пара) – соединение двух звеньев не позволяющее осуществлять заданное управляемое движение одного звена пары относительно другого.

Совокупность поверхностей, линий и точек звена, входящих в соприкосновение (контакт) с другим звеном кинематической пары, называют *элементом пары*. Для того, чтобы элементы пары находились в постоянном соприкосновении, пара должна быть замкнута геометрическим (за счет конструктивных форм звеньев) или силовым (силой тяжести, пружиной, силой давления жидкости или газа и т.п.) способом.

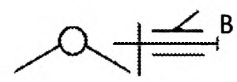
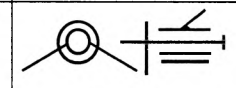
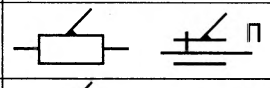
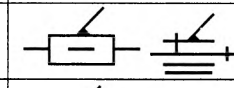
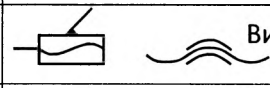
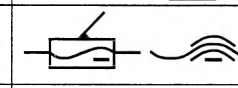
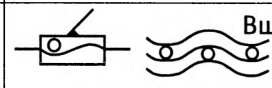
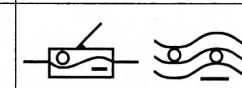
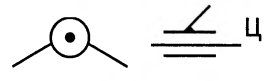
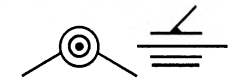
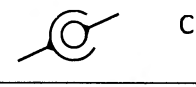
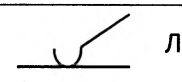
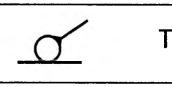
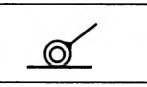
Кинематические пары классифицируют по числу связей (ограничений), налагаемых на относительное движение звеньев на *кинематические пары пятого, четвертого, третьего, второго и первого классов* (табл. 3.1) [1].

По характеру соприкосновения их делят на *низшие*, если элементы звеньев соприкасаются только по поверхности, и *высшие*, если элементы звеньев соприкасаются по линиям или в точках. При этом линейный или точечный контакт принимают как первоначальный – при соприкосновении звеньев без усилия, – а под нагрузкой звенья, образующие высшую пару, будут соприкасаться по некоторой фактической поверхности, называемой пятном контакта.

Преимущество низших кинематических пар по сравнению с высшими – возможность передачи больших сил, поскольку контактная поверхность соприкасающихся звеньев низшей пары может быть весьма значительной. Применение высших пар позволяет уменьшить трение (например, шарикоподшипник) и получать самые разнообразные законы движения выходного звена путем придания определенной формы звеньям, образующим высшую пару.

Таблица 3.1

Классификация кинематических пар и степеней подвижности

Класс и число связей	Наименование соединения	Условное графическое изображение и обозначение	
		кинематической пары	степени подвижности
5	Одноподвижное (вращательное)	 В	 В
	Одноподвижное (поступательное)	 П	 П
	Одноподвижное (винтовое)	 Ви	 Ви
	Одноподвижное (шарико-винтовое)	 Вш	 Вш
4	Двухподвижное (цилиндрическое)	 Ц	 Ц
	Двухподвижное (сферическое)	Сп	Сп
3	Трехподвижное (сферическое)	 С	С
2	Четырехподвижное (линейное)	 Л	Л
1	Пятиподвижное (точечное)	 Т	 Т

Кинематические пары во многом определяют работоспособность и надежность мехатронного модуля, поскольку через них передаются усилия от одного звена к другому, вследствие относительного движения возникает трение, элементы пары находятся в напряженном состоянии и в процессе изнашивания.

Вращательную кинематическую пару иногда называют шарниром. *Шарнир* бывает сложный и простой. *Сложный шарнир* – это соединение нескольких звеньев, сходящихся в одном узле, допускающее их относительное движение (рис. 3.5)

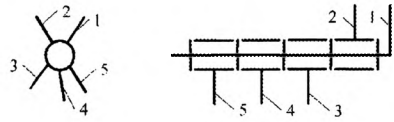


Рис. 3.5

В сложном шарнире число кинематических пар определяют по формуле

$$\theta = N - 1, \tag{3.1}$$

где N – число звеньев, сходящихся в шарнире.

Простой шарнир – соединение двух звеньев, сходящихся в одном узле, допускающее их относительное движение (рис. 3.6)

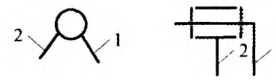


Рис. 3.6

В простом шарнире число кинематических пар равно единице, так как

$$\theta = N - 1 = 2 - 1 = 1.$$

Активные кинематические пары позволяют сообщать одному из звеньев пары управляемые обобщенные координаты. Такие кинематические пары называют степенями подвижности.

Степень подвижности (СП) – соединение двух звеньев, позволяющее сообщать одному из них управляемые обобщенные координаты. Степень подвижности включает в себя приводы, сообщающие движения звену.

Следует иметь в виду, что кинематические пары и степени подвижности имеют различную физическую сущность. Поэтому степени подвижности графически изображают иначе, нежели кинематические пары, но близкими к ним условными графическими изображениями (табл. 3.1) [5, 6].

Каждая степень подвижности обладает определенным числом *подвижностей*, т.е. определенным числом *управляемых обобщенных координат* – независимых управляемых переменных, определяющих положения всех звеньев механизма относительно стойки.

Степени подвижности в зависимости от их класса обладают следующим числом подвижностей:

пятого класса – одной;
четвертого класса – двумя;
третьего класса – тремя;
второго класса – четырьмя;
первого класса – пятью.

Если подвижность не оказывает влияния на функциональные преобразования механизма, то ее называют лишней.

Лишняя подвижность – это управляемая обобщенная координата, не влияющая на функциональные движения механизма.

Если подвижность вызывает дополнительные функциональные преобразования механизма, то ее называют дополнительной.

Дополнительная подвижность – управляемая обобщенная координата, обеспечивающая механизму дополнительные функциональные возможности (движения). Например, наличие в исполнительном механизме робота дополнительных подвижностей позволяет ему обходить препятствия, проникать в узкие длинные пространства и т.д.

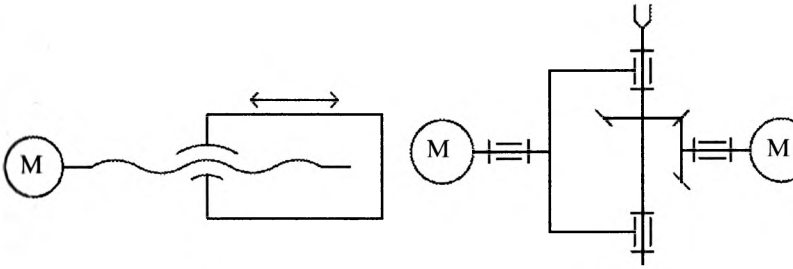
Следует отметить, что часто путают понятия "Подвижность механизма" и "Степень свободы тела". *Подвижность механизма – это число управляемых обобщенных координат. Степень свободы тела – это число независимых возможных его движений.* Тело, находящееся в пространстве, не может иметь число степеней свободы больше шести, в то время как число подвижностей

механизма неограниченно. Например, тело, закрепленное в рабочем органе исполнительного устройства робота, перемещающегося в пространстве, не может иметь число степеней свободы больше шести, в то время как исполнительный механизм может иметь число подвижностей больше шести.

Таким образом, для реализации движения твердого тела в пространстве с заданным числом степеней свободы, подвижность механизма должно быть равна или больше числа степеней свободы тела.

Если несколько звеньев соединить между собой только кинематическими парами, то получим *кинематическую цепь (КЦ)*. Такая кинематическая цепь относительно одного или нескольких ее звеньев будет неподвижной. Для приведения ее в движение необходимо одну или несколько кинематических пар заменить на степени подвижности и задать им *обобщенные координаты.*

В зависимости от вида движения звеньев *кинематические цепи* подразделяют на *плоские* (рис. 3.7, а) – звенья движутся в одной или нескольких параллельных плоскостях, и *пространственные* (рис. 3.7, б) – звенья движутся в пространстве.



а) б)

Рис. 3.7

В зависимости от характера соединения звеньев *кинематические цепи* делят на *замкнутые* (рис. 3.7, а, б) и *незамкнутые* (рис. 3.8, а), а также *незамкнутые с местными замкнутыми контурами* (рис. 3.8, б).

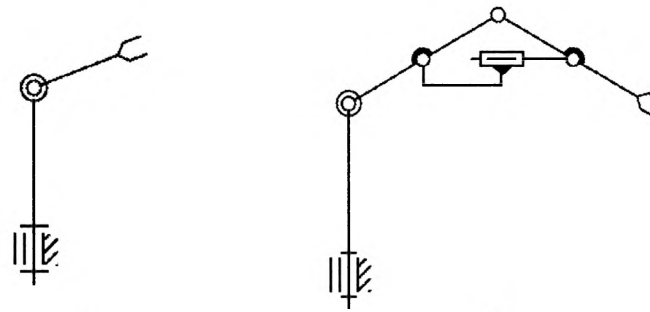


Рис. 3.8

Кинематическая цепь, состоящая из основания (стойки), подвижных звеньев, степеней подвижности и кинематических пар с указанием их вида и взаимного расположения представляет собой *структурную схему механизма*. Существует механизмы, которые могут состоять только из стойки, подвижных звеньев и степеней подвижности (например, исполнительные механизмы роботов).

Если на структурной схеме указаны геометрические параметры (в большинстве случаев длины) звеньев, то такую схему называют *кинематической*.

Структурную схему механизма, содержащую минимальное число подвижных звеньев, кинематических пар и степеней подвижности с указанием их вида и взаимного расположения, необходимых для реализации требуемого функционального движения выходного звена и не имеющую избыточных контурных связей и лишних подвижностей называют *основной структурной схемой.*

3.3. Структурный анализ механизмов мехатронных устройств

Структурный анализ механизма – исследование свойств механизма по заданной его структурной схеме. Его проводят по *структурным формулам*, по которым определяют число степеней подвижности механизма и его подвижность, а также число избы-

точных связей и лишних подвижностей и указывают способы их устранения.

Исторически так сложилось, что вначале были получены формулы для определения подвижности W механизмов. Для пространственных механизмов это формула А.П. Малышева [1, 10, 15]:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} ip_i , \qquad (3.2)$$

где n – число подвижных звеньев; i – класс кинематической пары или степени подвижности; p_i – число кинематических пар i-го класса.

Для плоских механизмов это формула П.Л. Чебышева [1, 10, 15]:

$$W_{\text{П}} = 3n - \sum_{i=4}^{5} (i-3)p_i , \qquad (3.3)$$

где цифра 4 относится к высшим кинематическим парам; цифра 5 – к низшим кинематическим парам.

Подвижность механизма указывает на то, какое число управляемых обобщенных координат необходимо задать, чтобы привести механизм в управляемое движение, т.е. сколько необходимо установить приводов.

Если в кинематической цепи, число подвижностей которой относительно ее внешних кинематических пар равно нулю, и она не может распадаться на более простые кинематические цепи, удовлетворяющие этому условию, то такую кинематическую цепь называют *структурной группой*.

Условие, описывающее пространственную структурную группу имеет вид [8]:

$$W_{\text{г}} = 6n_{\text{г}} - \sum_{i=1}^{5} ip_i = 0. \qquad (3.4)$$

Откуда можно найти число подвижных звеньев и кинематических пар пространственной структурной группы:

$$n_{\text{г}} = \frac{\sum_{i=1}^{5} i p_i}{6}. \qquad (3.5)$$

Число подвижных звеньев и кинематических пар в пространственной структурной группе должны быть целыми.

В частном случае для пространственных структурных групп с кинематическими парами пятого класса:

$$n_{\text{г}} = \frac{5}{6} p_5. \qquad (3.6)$$

Условие, описывающее плоскую структурную группу:

$$W_{\text{г}} = 3n_{\text{г}} - \sum_{i=4}^{5} (i-3) p_i = 0. \qquad (3.7)$$

Откуда число подвижных звеньев и кинематических пар находят по зависимости:

$$n_{\text{г}} = \frac{\sum_{i=4}^{5} (i-3) p_i}{3}. \qquad (3.8)$$

В частном случае с кинематическими парами пятого класса:

$$n_{\text{г}} = \frac{2}{3} p_5. \qquad (3.9)$$

На основании этой формулы могут быть получены следующие сочетания звеньев и кинематических пар плоских структурных групп различных видов:

n.....2 4 6...;
p_5.....3 6 9....

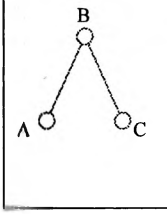
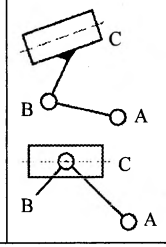
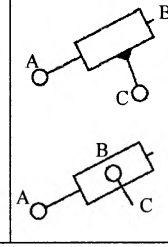
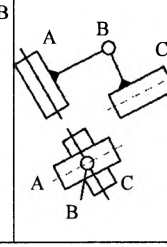
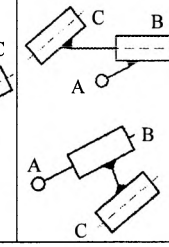
Число подвижных звеньев и кинематических пар в плоской структурной группе должно быть целым.

Таким образом, присоединение структурных групп к механизму не изменяет его подвижности.

Если звенья плоской структурной группы соединены между собой кинематическими парами только 5-го класса, то такая структурная группа является *группой Ассура*. Для нее минимальное число подвижных звеньев и кинематических пар 5-го класса на основании формулы (3.9), равны n=2, p_5=3. Такую кинематическую цепь, состоящую из двух звеньев и трех кинематических пар пятого класса называют *диадой* [15]. В табл. 3.2, приведены различные виды структурных групп Ассура (диад). В ней обозначено: В – одноподвижная вращательная кинематическая пара; П – поступательная кинематическая пара.

Таблица 3.2

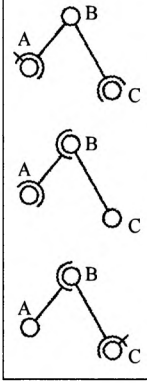
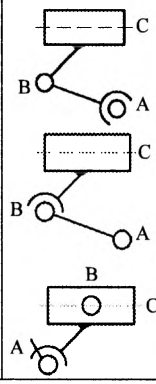
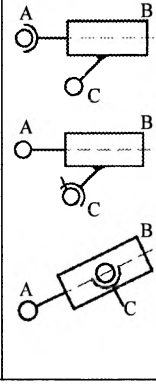
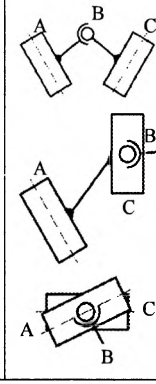
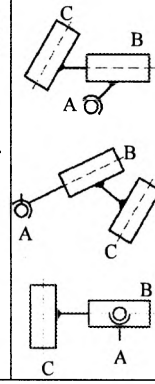
Структурные группы Ассура

Вид структурной группы				
ВВВ	ВВП	ВПВ	ПВП	ВПП
				

Если в структурной группе кинематические пары, кроме пятого класса, могут быть четвертого и третьего классов, то такая структурная группа обладает лишними подвижностями. В табл. 3.3 приведены некоторые варианты структурных групп с лишними подвижностями. В ней обозначено: В* – двух- или трехподвижная вращательная кинематическая пара; В – одноподвижная вращательная кинематическая пара; П – поступательная кинематическая пара.

Таблица 3.3

Структурные группы с избыточными подвижностями

Вид структурной группы				
В*ВВ*	В*ВП	В*ПВ	ПВ*П	В*ПП
				

Кинематическую цепь, состоящую из четырех звеньев и шести кинематических пар называют *триадой* (рис. 3.9)

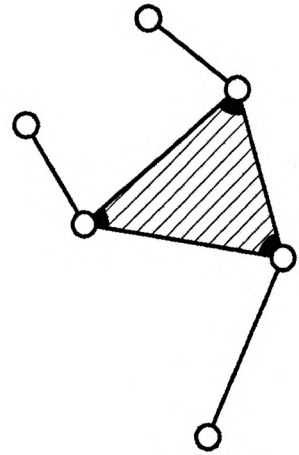


Рис. 3.9

Механизмы с плоскими и пространственными замкнутыми кинематическими цепями содержат один или несколько замкнутых контуров, а с разомкнутыми – могут содержать местные замкнутые контуры.

Основой замкнутого контура является структурная группа.

Число замкнутых контуров механизма определяют по формуле Х.И. Гохмана [15]:

$$K = \sum_{i=1}^{5} p_i - n. \qquad (3.10)$$

Каждый замкнутый контур накладывает на относительные движения звеньев некоторое количество связей, которые ухудшают процесс функционирования механизма. Особенно это проявляется, когда оси кинематических пар механизма не параллельны между собой.

Плоские и пространственные замкнутые механизмы с плоскими замкнутыми контурами требуют высокой точности изготовления и сборки, иначе за счет перекосов осей кинематических пар и деформации звеньев при принужденной сборке в кинематических парах увеличивается трение, что может привести к заклиниванию механизма. Аналогично заклинивание может произойти и в разомкнутых механизмах с местными плоскими замкнутыми контурами. Поэтому такие механизмы рассматривают как пространственные с *избыточными* (тождественными, дублирующими) контурными связями, что позволяет скорректировать механизм и избавиться от указанных недостатков.

Л.Н. Решетов ввел в формулу Малышева дополнительный член S, учитывающий общее число избыточных контурных связей всего механизма. В итоге формула (3.2) приобрела следующий вид:

$$W_0 = 6n - \sum_{i=1}^{5} ip_i + S, \qquad (3.11)$$

где W_0 – подвижность основной структурной схемы механизма.

Тогда число избыточных контурных связей всего механизма определяют по формуле [15]:

$$S = W_0 - 6n + \sum_{i=1}^{5} ip_i. \qquad (3.12)$$

В этом уравнении два неизвестных параметра – подвижность W_0 и число избыточных контурных связей S механизма. Для его решения необходимо как-то определить один из них. Обычно находят подвижность структурной схемы на основе геометрических соображений без каких-либо аналитических расчетов или путем исследования функций положения звеньев [12], то есть в большинстве случаев интуитивно. Все зависит от опыта расчетчика.

Для большинства структурных схем плоских механизмов подвижность можно определить по формуле Чебышева [15]

$$W_{\text{П}} = 3n - \sum_{i=4}^{5}(i-3)p_i, \qquad (3.13)$$

Зависимость (3.12) дает возможность при известном W определить только общее число избыточных контурных связей всего механизма. Но он может состоять из нескольких замкнутых контуров и каждый контур может обладать определенным числом избыточных контурных связей и лишних подвижностей (возможность звеньев поворачиваться вокруг своих продольных осей или их общей (групповой) оси не оказывая влияния на функциональные возможности механизма). Эта формула не позволяет их определить и правильно устранить.

Могут быть случаи, когда при расчете оказывается $S = 0$, а отдельные замкнутые контуры механизма имеют избыточные контурные связи и лишние подвижности.

Также эта формула не дает возможности учитывать лишние звенья и кинематические пары, не оказывающие влияния на функциональные преобразования механизма.

Таким образом, такой подход к определению избыточных контурных связей, лишних подвижностей и общей подвижности механизма не совсем корректен. Поэтому рассмотрим другой подход к их определению.

Механизм, содержащий один замкнутый контур, образованный кинематическими парами только 5-го класса, обладает тремя избыточными контурными связями. Если кинематические пары в замкнутом контуре кроме 5-го класса могут быть 4-го, 3-го, 2-го

или 1-го классов, т.е. иметь дополнительные подвижности, то число избыточных контурных связей j-го замкнутого контура изменится и его можно определить по формуле [5]

$$S_j = 3 - \sum_{i=1}^{5} (m-i) p_i, \qquad (3.14)$$

где p_i – число кинематических пар i-го класса замкнутого контура; m – показатель, указывающий тип кинематических пар:

$$m = \begin{cases} 5 - \text{для низших кинематических пар (5,4 и 3 классов);} \\ 4 - \text{для высших кинематических пар (2 и 1 классов).} \end{cases}$$

Отрицательное значение S_j указывает на то, что появились лишние подвижности замкнутого контура:

$$h_j = -S_j.$$

Лишняя подвижность – возможность звена поворачиваться вокруг своей продольной оси или нескольких звеньев вокруг их общей (групповой) оси вращения не оказывая влияния на функциональные возможности механизма.

Наличие избыточных контурных связей или лишних подвижностей в структурной схеме механизма указывает на то, что механизм обладает *структурной избыточностью*.

Число избыточных контурных связей и лишних подвижностей (структурную избыточность) всего механизма определяют по формуле [5]

$$S_\Sigma = \sum_{j=1}^{K} S_j = \sum_{j=1}^{K} [3 - \sum_{i=1}^{5} (m-i) p_i]. \qquad (3.15)$$

Рассматриваемые замкнутые контуры должны быть независимыми, т.е. отличаться друг от друга набором звеньев и кинематических пар.

При конструировании необходимо стремиться к уменьшению структурной избыточности. Но при этом происходит усложнение кинематических пар и соответственно усложнение всего

механизма, что приводит к его удорожанию. Поэтому часто на это не идут. Стараются конструировать механизм при помощи простых в изготовлении и дешевых кинематических пар пятого класса, но при этом обеспечивая высокую точность его изготовления и монтажа. В то же время это может привести к ухудшению качественных показателей работы механизма.

Следует отметить, что структурная схема механизма может обладать избыточными звеньями и кинематическими парами, не оказывающими влияния на его функциональные преобразования, но влияющими на качество работы механизма. Такой механизм обладает *конструктивной избыточностью*. При конструировании также необходимо стремиться к ее уменьшению.

Таким образом, подвижность механизма следует определять по зависимости [5]

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} ip_i + \sum_{j=1}^{K} S_j - \sum_{j=1}^{K} Z_j, \qquad (3.16)$$

где p_i – число пар i-го класса всего механизма; Z_j – число избыточных звеньев j-го замкнутого контура, не влияющих на функциональные движения выходных звеньев.

При возникновении сомнений в правильности расчета подвижности механизма по формуле (3.16), необходимо исключить из структурной схемы лишние звенья и повторить расчет.

Подвижность механизма указывает на то, какое число управляемых обобщенных координат необходимо задать, чтобы привести механизм в управляемое движение.

Формулы (3.14) и (3.16) применимы как для пространственных, так и для плоских замкнутых механизмов, а также для незамкнутых рычажных механизмов с местными замкнутыми контурами.

Подвижность плоских механизмов с избыточными звеньями можно определить по формуле

$$W_{\Pi} = 3n - \sum_{i=4}^{5} (i-3)p_i - \sum_{j=1}^{K} Z_j . \qquad (3.17)$$

где цифра 4 относится к высшим кинематическим парам (2-го и 1-го классов), цифра 5 – к низшим кинематическим парам (5-го, 4-го и 3-го классов).

До настоящего времени число степеней подвижности механизма и его подвижность отождествляют. Но выше показано их различие. Поэтому предлагается для некоторых видов механизмов число степеней подвижности определять по формуле

$$H = n - \sum_{j=1}^{K} A_j, \qquad (3.18)$$

где n – число подвижных звеньев механизма; K – число замкнутых контуров; A_j – число, указывающие при помощи чего образован j-й замкнутый контур:

$$A_j = \begin{cases} 2, \text{ если замкнутый контур образован структурной группой;} \\ 1, \text{ если замкнутый контур образован одним звеном.} \end{cases}$$

В случае сомнения в правильности результата расчета числа степеней подвижности механизма по формуле (3.18) при наличии лишних звеньев в структурной схеме механизма, необходимо их исключить из нее и повторить расчет.

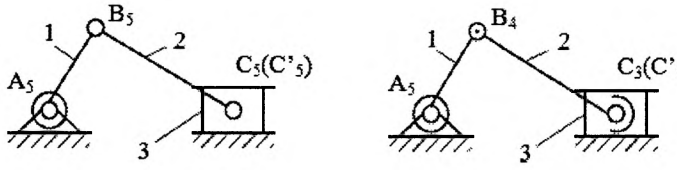
Рассмотрим мехатронный модуль двигателя внутреннего сгорания автомобиля, изображенный на рис. 3.10, а. Он состоит из трех звеньев 1, 2 и 3 и четырех пар пятого класса A_5, B_5, C_5 и C_5'.

Вычисляем число замкнутых контуров:

$$K = \sum_{i=1}^{5} p_i - n = 4 - 3 = 1.$$

Находим число избыточных связей замкнутого контура:

$$S = 3 - \sum_{i=1}^{5} (m - i) p_i = 3 - (5 - 5)4 = 3.$$



а) б)

Рис. 3.10

Вычисляем число степеней подвижности механизма:

$$H = n - \sum_{j=1}^{K} A_j = 3 - 2 = 1.$$

Определяем подвижность механизма:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} ip_i + \sum_{j=1}^{K} S_j = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 3 = 1.$$

Таким образом, механизм содержит одну степень подвижности A_5 и три кинематические пары B_5, C_5 и C_5'.

Для устранения избыточных контурных связей понижаем класс кинематических пар: B_5 заменяем на B_4 и C_5 на C_3 (рис. 3.10, б). Тогда

$$S = 3 - (5 - 3)1 - (5 - 4)1 = 0.$$

Вычисляем подвижность механизма:

$$W = 6 \cdot 3 - 3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 5 \cdot 2 = 1.$$

Проведем структурный анализ кулачкового механизма, состоящего из кулачка 1, ролика 2 и толкателя 3 (рис. 3.11, а), трех кинематических пар 5-го класса A_5,C_5 и D_5 и одной кинематической пары 2-го класса B_2.

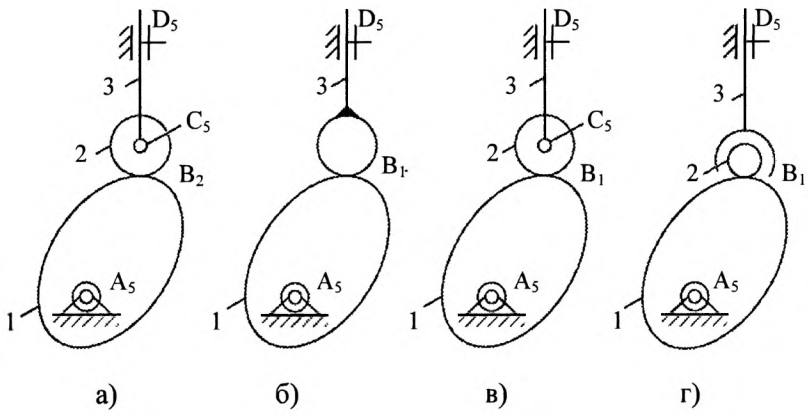


Рис. 3.11

Так как механизм плоский, то для определения его подвижности используем формулу (3.3)

$$W_{П} = 3n - \sum_{i=4}^{5}(i-3)p_i = 3\cdot 3 - 2\cdot 3 - 1\cdot 1 = 2.$$

Расчет показывает, что механизм обладает двумя подвижностями и для приведения его в управляемое движение необходимо задать две обобщенные координаты. Но из рис. 3.11, а видно, что достаточно привести кулачок 1 в движение, т.е. задать одну управляемую обобщенную координату, и толкатель 3 начнет управляемо двигаться. Таким образом, эта формула в данном случае не позволяет правильно провести расчет.

Воспользуемся формулой (3.17)

$$W_{П} = 3n - \sum_{i=4}^{5}(i-3)p_i - \sum_{j=1}^{k} Z_j = 3\cdot 3 - 2\cdot 3 - 1\cdot 1 - 1 = 1.$$

Здесь учтено, что ролик 2 является лишним звеном. Он предназначен только для замены трения скольжения между кулачком и толкателем на трение качения, т.е. для улучшения процесса взаимодействия кулачка и толкателя.

Рассмотрим кулачковый механизм как пространственный. Определяем число замкнутых контуров:

$$K = \sum_{i=1}^{5} p_i - n = 4 - 3 = 1.$$

Вычисляем число степеней подвижности механизма:

$$H = n - \sum_{j=1}^{K} A_j = 3 - 2 = 1.$$

Определяем число избыточных связей контура:

$$S_j = 3 - \sum_{i=1}^{5} (m - i) p_i = 3 - (4 - 2)1 - (5 - 5)3 = 1.$$

Находим подвижность механизма:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} ip_i + \sum_{j=1}^{k} S_j - \sum_{j=1}^{k} Z_j = 6 \cdot 3 - 2 \cdot 1 - 5 \cdot 3 + 1 - 1 = 1.$$

Для устранения избыточных контурных связей убираем лишнее звено – ролик 2 и нижнюю часть толкателя 3 выполняем сферической формы, т.е. пару 2-го класса B_2 заменяем на пару 1-го класса B_1. При этом трение качения между кулачком 1 и роликом 2 заменили на трение скольжения между кулачком 1 и толкателем 3, т.е. ухудшили процесс взаимодействия между ними.

Определяем число избыточных контурных связей:

$$S = 3 - (4 - 1)1 - (5 - 5)2 = 0.$$

Получили основную структурную схему механизма без избыточных контурных связей, лишних подвижностей и лишних звеньев (рис. 3.11, б).

Находим число степеней подвижности механизма

$$H = 2 - 1 = 1.$$

При этом подвижность механизма:

$$W = 6 \cdot 2 - 1 \cdot 1 - 5 \cdot 2 = 1.$$

Можно ролик 2 сохранить, но выполнить его сферической формы (рис. 3.11, в). Тогда число избыточных контурных связей станет

$$S = 3-(4-1)1 = 0.$$

Подвижность механизма:

$$W = 6\cdot 3-1\cdot 1-5\cdot 3-1 = 1,$$

где 1 – число лишних звеньев (ролик 2).

Качество взаимодействия кулачка и толкателя повысится, но схема стала не основной, т.е. имеет одно лишнее звено – ролик 2.

Для повышения качества работы механизма можно выполнить толкатель, состоящим из звена 3 и шарика 2, образующих между собой сферическую кинематическую пару (рис. 11, г). Тогда

$$S = 3-(4-1)1-(5-3)1 = -2.$$

Знак минус указывает на то, что механизм обладает двумя лишними подвижностями.

Подвижность механизма:

$$W = 6\cdot 3-1\cdot 1-3\cdot 1-5\cdot 2-2-1 = 1.$$

Здесь 1 учитывает одно лишнее звено – шарик 2.

При таком исполнении кулачкового механизма обеспечивается трение качения между кулачком и толкателем и непараллельность осей кинематических пар не приведет к ухудшению его работы. В то же время наличие двух лишних подвижностей усложняет конструкцию механизма, т.е. приводит к его конструктивной избыточности.

Рассмотрим механизм мехатронного модуля захватного устройства робота, состоящего из двухсторонней зубчатой рейки 1, двух зубчатых колес 2 и 2', к которым жестко прикреплены звенья 3 и 3', звеньев 4 и 4' с рабочими элементами и звеньев 5 и 5', образующими два пантографа (рис. 3.12, а).

Таким образом, механизм состоит из семи подвижных звеньев, двух пар второго класса и девяти пар пятого класса.

Определяем число замкнутых контуров механизма:

$$K = 11-7 = 4.$$

Вычисляем число избыточных связей контуров:
первого $D_5E_2F_5$

$$S_1 = 3-(4-2)1 = 1;$$

второго $D_5'E_2'F_5$

$$S_2 = 3-(4-2)1 = 1;$$

третьего $A_5B_5C_5D_5$

$$S_3 = 3-(5-5)4 = 3;$$

четвертого $A_5'B_5'C_5'D_5'$

$$S_4 = 3-(5-5)4 = 3.$$

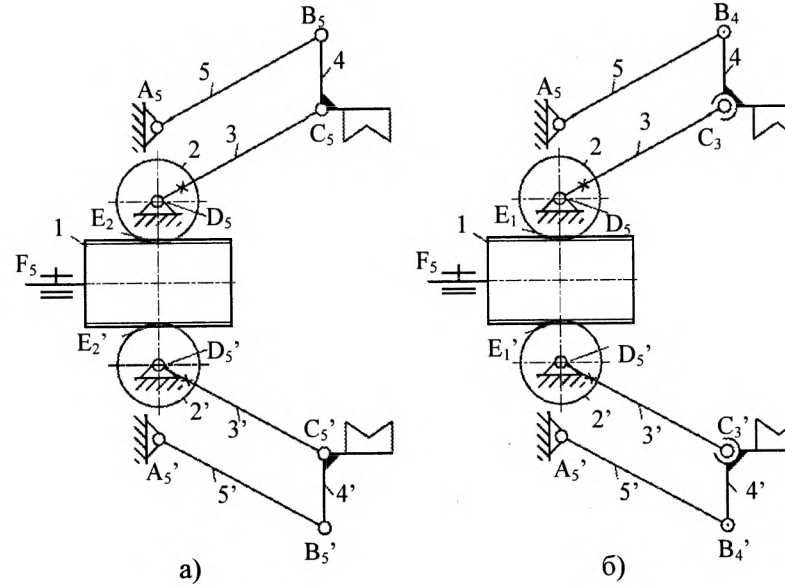


Рис. 3.12

Таким образом, число избыточных контурных связей всего механизма равно:

$$S_{\Sigma} = 1+1+3+3 = 8.$$

Число степеней подвижности механизма

$$H = 7-2-2-1-1 = 1.$$

Число подвижностей механизма

$$W = 6 \cdot 7 - 2 \cdot 2 - 5 \cdot 9 + 8 = 1.$$

Следовательно, для приведения механизма захватного устройства в управляемое движение необходимо задать одну управляемую обобщенную координату – линейное перемещение рейки 1. Для этого необходимо установить один привод в паре F_5.

Устранить избыточные связи в первом и втором контурах можно заменой двух кинематических пар второго класса E_2 и E_2' на две кинематические пары первого класса E_1 и E_1', а в третьем и четвертом контурах – заменой в третьем контуре кинематических пар пятого класса C_5 и B_5 на кинематические пары третьего C_3 и четвертого B_4 классов соответственно, а в четвертом контуре C_5' на C_3' и B_5' на B_4' (рис. 3.12, б) или заменой D_5 и D_5' на D_3 и D_3', а также B_5 и B_5' на B_4 и B_4'. Таким образом, устранение избыточных контурных связей представляет собой многовариантную задачу.

Число избыточных связей контуров:

$$S_1 = 3-(4-1)1 = 0;$$

$$S_2 = 3-(4-1)1 = 0;$$

$$S_3 = 3-(5-3)1-(5-4)1 = 0;$$

$$S_4 = 3-(5-3)1-(5-4)1 = 0.$$

Число подвижностей механизма осталось прежним:

$$W = 6 \cdot 7 - 1 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 2 - 5 \cdot 5 = 1.$$

Устранение избыточных контурных связей приводит к ликвидации заклинивания в кинематических парах и соответственно к снижению износа в них, увеличению точности работы механизма, его долговечности и надежности, т.е. к улучшению его качественных характеристик.

Рассмотрим исполнительный механизм робота, состоящий из семи подвижных звеньев, двух пар третьего класса D_3 и E_3, одной пары четвертого класса D_4' и шести пар пятого класса A_5,B_5,C_5,C_5',D_5'',G_5 (рис. 3.13, а).

Число замкнутых контуров:

$$K = 9 - 7 = 2.$$

Число избыточных связей контуров:
первого B_5,C_5,D_5'',D_4'

$$S_1 = 3 - (5 - 4)1 = 2.$$

второго контура C_5',E_3,D_3,D_5"

$$S_2 = 3 - (5 - 3)2 = -1.$$

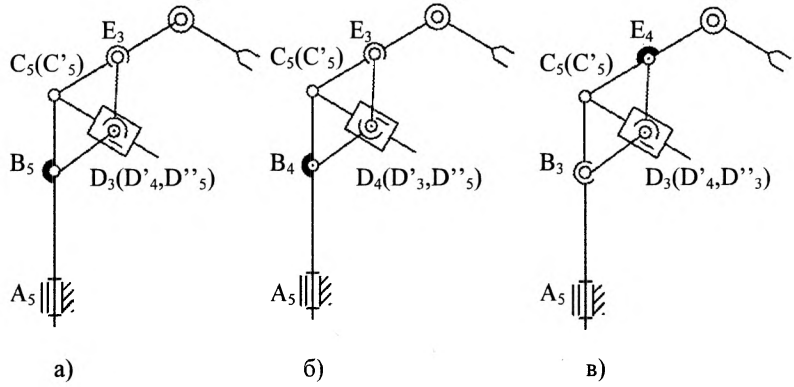


Рис. 3.13

Исполнительный механизм содержит две избыточные контурные связи и одну лишнюю контурную подвижность.

Число степеней подвижности механизма:

$$H = 7 - 2 - 2 = 3.$$

Структурная избыточность механизма

$$S_{\Sigma} = 2 - 1 = 1.$$

Вычисляем подвижность исполнительного механизма робота:

$$W = 6 \cdot 7 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 - 5 \cdot 6 + 2 - 1 = 3.$$

Следовательно, для приведения механизма в управляемое движение необходимо задать три управляемые обобщенные координаты, т.е. установить три привода: два привода углового движения в степенях подвижности A_5 и G_5 и один привод линейного движения в степени подвижности D_5''.

Для устранения избыточных контурных связей и лишних подвижностей необходимо в первом контуре понизить класс двух кинематических пар, например, B_5 заменить на B_4 и D_4' заменить на D_3', а во втором контуре повысить класс одной кинематической пары, т.е. D_3 заменить на D_4 (рис.3.13, б).

В этом случае число избыточных связей первого B_4, C_5, D_5'', D_3' и второго C_5', E_3, D_4, D_5'' контуров будет равно:

$$S_{1,2} = 3 - (5-3)1 - (5-4)1 = 0.$$

При этом подвижность исполнительного механизма робота останется прежним:

$$W = 6 \cdot 7 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 2 - 5 \cdot 5 = 3.$$

Устранить избыточные контурные связи и лишние подвижности также можно заменяя в первом контуре B_5 на B_3, а во втором контуре E_3 на E_4 (рис. 3.13, в).

Таким образом, устранение избыточных контурных связей и лишних подвижностей является многовариантным процессом.

Предложенная методика структурного анализа механизмов мехатронных устройств позволяет кинематические пары и степени подвижности на структурных и кинематических схемах изображать так, чтобы можно было легко различать, где находится кинематическая пара, а где – степень подвижности. Она дает возможность определять число степеней подвижности механизма и его подвижность, число избыточных связей и лишних подвижностей каждого замкнутого контура механизма и его общую структурную избыточность, а также указывает способы их устранения, что приводит к ликвидации заклинивания в кинематических парах, снижению износа в них, увеличению долговечности, надежности и точности работы механизма, что позволяет проектировать рациональные механизмы, обеспечивающие более высокое качество их функционирования.

3.4. Структурный синтез механизмов мехатронных устройств

Структурный синтез механизмов – проектирование структурных схем механизмов по заданным условиям.

При проектировании мехатронных устройств задача структурного синтеза, включающая выбор числа звеньев, числа, класса и порядка расположения кинематических пар и степеней подвижности является одной из основных, так как ее решение связано непосредственно с выполнением заданных функций мехатронного модуля. Структурный синтез механизмов мехатронных устройств проводят с использованием структурных формул.

Синтез основных структурных схем механизмов. *Основная структурная схема механизма* – схема, содержащая минимальное число звеньев и кинематических пар, необходимых для реализации требуемого функционального движения выходного звена механизма, и не имеющая избыточных контурных связей, лишних подвижностей и лишних звеньев.

Число подвижных звеньев и кинематических пар основных структурных схем механизмов мехатронных устройств, удовле-

творяющих требуемому (заданному) числу подвижностей и виду кинематических пар, находят по формулам:

пространственных механизмов

$$n = \frac{W + \sum_{i=1}^{5} ip_i}{6}; \qquad (3.19)$$

плоских механизмов

$$n = \frac{W_{\text{П}} + \sum_{i=4}^{5} (i-3)p_i}{3}. \qquad (3.20)$$

где цифра 4 относится к высшим кинематическим парам (второго и первого классов), цифра 5 – к низшим кинематическим парам (пятого, четвертого и третьего классов).

Число подвижных звеньев определяют методом подбора кинематических пар. В результате расчетов число подвижных звеньев и кинематических пар должно быть целым. При этом решение может быть многовариантным.

Следует отметить, что формула (3.20) дает возможность определить только число звеньев и общее количество кинематических пар без указания конкретно вида каждой кинематической пары, в то же время как формула (3.19) позволяет это сделать. Поэтому пользоваться следует формулой (3.19).

Синтезируем основную структурную схему плоского кулисного механизма мехатронного устройства с одной подвижностью, содержащего кинематические пары третьего, четвертого и пятого классов.

Вычисляем число подвижных звеньев и кинематических пар механизма по зависимости (3.20):

$$n = \frac{1 + (5-3)4}{3} = 3.$$

Определяем число подвижных звеньев и кинематических пар по формуле (3.19) для пространственных механизмов:

$$n = \frac{1+3\cdot 1+4\cdot 1+5\cdot 2}{6} = 3.$$

Число звеньев и кинематических пар, найденных по формулам (3.19) и (3.20) получили одно и то же. Но результат по формуле (3.20) указывает только общее число низших и общее число высших кинематических пар без конкретизации их вида. Формула (3.19) позволяет определить число и конкретно вид кинематических пар.

Механизм содержит три подвижных звена, одну пару третьего класса, одну пару четвертого класса и две пары пятого класса.

Структурная схема механизма изображена на рис. 3.14

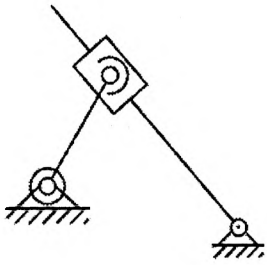


Рис. 3.14

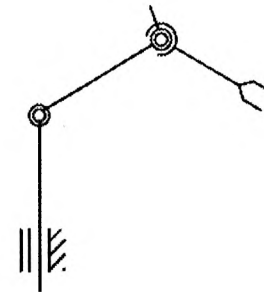


Рис. 3.15

Вычисляем число замкнутых контуров:

$$K = 4-3 = 1.$$

Находим число избыточных контурных связей:

$$S = 3-(5-3)1-(5-4)1 = 0.$$

Определяем число степеней подвижности механизма:

$$H = 3-2\cdot 1 = 1.$$

Таким образом, синтезированная структурная схема механизма является основной.

Синтезируем структурную схему пространственного механизма исполнительного устройства робота с пятью подвижностями, содержащего кинематические пары четвертого и пятого классов.

Определяем число подвижных звеньев и кинематических пар механизма по формуле (3.19):

$$n = \frac{5 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1}{6} = 3.$$

Вычисляем число степеней подвижности механизма:

$$H = n = 3.$$

Механизм имеет три степени подвижности и состоит из трех подвижных звеньев, двух кинематических пар четвертого класса и одной кинематической пары пятого класса. На рис. 3.15 изображена структурная схема синтезированного механизма. Расположение кинематических пар на схеме может быть иным. Все зависит от требований технического задания.

Синтез структурных схем механизмов с избыточными контурными связями и лишними звеньями. Число подвижных звеньев и кинематических пар, удовлетворяющих заданному числу подвижностей и виду кинематических пар, определяют по формулам:

для пространственного механизма

$$n = \frac{W + \sum_{i=1}^{5} ip_i - \sum_{j=1}^{K} S_j + \sum_{j=1}^{K} Z_j}{6}; \qquad (3.21)$$

для плоского механизма

$$n = \frac{W_{\text{П}} + \sum_{i=4}^{5} (i-3)p_i + \sum_{j=1}^{K} Z_j}{3}. \qquad (3.22)$$

В обеих формулах число подвижных звеньев определяют методом подбора кинематических пар и избыточных контурных связей, добиваясь получения целого числа звеньев.

Синтезируем структурную схему плоского кулачкового механизма мехатронного устройства с поступательным перемещением выходного звена (толкателя) и с одной подвижностью, содержащего кинематические пары второго и пятого классов и имеющего одно лишнее звено.

Вычисляем число подвижных звеньев и кинематических пар механизма по формуле (3.21):

$$n = \frac{1+2\cdot 1+5\cdot 3-1+1}{6} = 3,$$

где 1 – число избыточных контурных связей, которое подбираем так, чтобы получить целое число подвижных звеньев.

Кинематические пары подбирают так, чтобы получилось целое число n подвижных звеньев.

Число замкнутых контуров:

$$K = 4-3 = 1.$$

Определяем число степеней подвижности механизма:

$$H = 3-2\cdot 1 = 1.$$

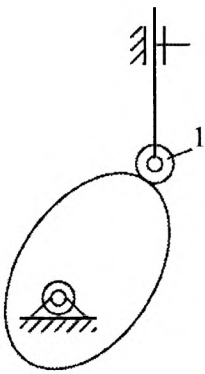


Рис 3.16

Таким образом, механизм обладает одной степенью подвижности и содержит три подвижных звена, одну пару второго класса, три пары пятого класса и одно лишнее звено – ролик 1.

Схема синтезированного кулачкового механизма мехатронного устройства представлена на рис. 3.16.

Синтезируем структурную схему зубчатого планетарного механизма мехатронного устройства с одной подвижностью и содержащего пары второго класса и вращательные пары пя-

того класса.

Определяем число подвижных звеньев и кинематических пар механизма:

$$n=\frac{1+2\cdot 2+5\cdot 3-2}{6}=3,$$

где 2 – число избыточных контурных связей механизма, которые подбираем так, чтобы получилось целое число подвижных звеньев.

Таким образом, механизм состоит из трех подвижных звеньев, двух пар второго класса и трех пар пятого класса.

Находим число замкнутых контуров механизма:

$$K=5-3=2.$$

Первый контур состоит из подвижных звеньев 1, 2 и Н, второй – из подвижных звеньев Н, 2 (повторяющихся звеньев) и неподвижного звена 3. Поэтому при расчете числа степеней подвижности механизма второй контур можно не учитывать, так как он состоит из повторяющихся звеньев.

Тогда число степеней подвижности:

$$H=3-2\cdot 1=1.$$

Строим структурную схему планетарного механизма, состоящего из двух подвижных зубчатых колес 1 и 2, неподвижного зубчатого колеса 3 и водила Н (рис. 3.17).

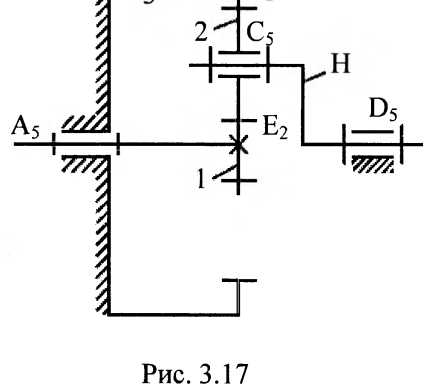


Рис. 3.17

Вычисляем число избыточных связей каждого контура:
первого $A_5B_2C_5D_5$

$$S_1 = 3-(4-2)1 = 1;$$

второго $A_5E_2C_5D_5$

$$S_2 = 3-(4-2)1 = 1.$$

Синтезируем структурную схему пространственного механизма мехатронного устройства на основе конического зубчатого преобразователя движения с двумя подвижностями, содержащего кинематические пары второго и вращательные кинематические пары пятого классов.

Вычисляем число подвижных звеньев и кинематических пар:

$$n = \frac{2+2\cdot 1+5\cdot 3-1}{6} = 3,$$

где 1 – число избыточных контурных связей.

Число замкнутых контуров:

$$K = 4-3 = 1.$$

Число степеней подвижности механизма:

$$H = 3-2\cdot 1 = 1.$$

Механизм обладает одной степенью подвижности и состоит из трех подвижных звеньев (двух конических зубчатых колес 1 и 2 и водила 3), одной пары второго класса и трех пар пятого класса.

Строим структурную схему механизма (рис. 3.18), включающую в себя двигатели M_1 и M_2. Двигатель M_2 предназначен только для придания определенности движения и регулирования скорости вращения выходного звена 4, жестко соединенного со звеном 2.

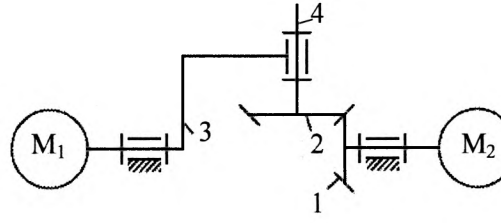


Рис. 3.18

Синтез механизмов мехатронных устройств при помощи структурных групп. *Структурная группа* – кинематическая цепь, число подвижностей которой относительно ее внешних кинематических пар равно нулю, причем она не должна распадаться на более простые цепи, удовлетворяющие этому условию.

Синтезируем структурную схему механизма с одной подвижностью и двумя выходными звеньями путем присоединения к основному механизму ABCD структурной группы с кинематическими парами третьего, четвертого и пятого классов (рис. 3.19).

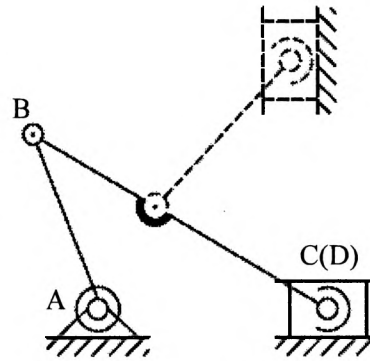


Рис. 3.19

Определяем число звеньев и кинематических пар структурной группы по формуле (3.5):

$$n_{\text{г}} = \frac{3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1}{6} = 2.$$

Таким образом, структурная группа состоит из двух звеньев, одной пары третьего класса, одной пары четвертого класса и одной пары пятого класса. Число замкнутых контуров, образованных структурной группой:

$$K = 3 - 2 = 1.$$

Число избыточных контурных связей, присоединяемой структурной группы:

$$S = 3 - (5-3)1 - (5-4)1 = 0.$$

На рис. 3.19 присоединенная структурная группа изображена пунктирной линией.

Синтез замкнутых механизмов мехатронных устройств, а также разомкнутых механизмов с местными замкнутыми контурами при помощи структурных групп с избыточностью.

Структурная группа с избыточностью – кинематическая цепь с избыточными связями и лишними подвижностями, общее число подвижностей которой относительно ее внешних кинематических пар равно нулю, причем она не должна распадаться на более простые цепи, удовлетворяющие этому условию.

Условие существования структурной группы с избыточностью:

$$W_{\text{г}} = 6n_{\text{г}} - \sum_{i=1}^{5} ip_i + \sum_{j=1}^{K} S_j = 0. \qquad (3.23)$$

Используя это условие можно определить число подвижных звеньев, кинематических пар и их вид:

$$n_{\text{г}} = \frac{\sum_{i=1}^{5} ip_i - \sum_{j=1}^{K} S_j}{6}. \qquad (3.24)$$

Синтезируем структурную схему пространственного механизма исполнительного устройства робота с тремя подвижностями, содержащего кинематические пары четвертого и пятого классов, и имеющего один замкнутый контур.

Определяем необходимое число подвижных звеньев и кинематических пар всего механизма вместе с замкнутым контуром по формуле (3.21):

$$n = \frac{3 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 5 - 2 \cdot 1}{6} = 5,$$

где 2 – число избыточных связей одного замкнутого контура.

Таким образом, весь механизм включает в себя пять звеньев, одну пару четвертого класса и пять пар пятого класса, т.е. n=5, p_4=1, p_5=5.

Вычисляем число звеньев и кинематических пар структурной группы с избыточностью, образующей замкнутый контур, по зависимости (3.24):

$$n_г = \frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 - 2}{6} = 2.$$

Структурная группа содержит два звена, одну пару четвертого класса и две пары пятого класса, т.е. $n_г$=2, $p_{4г}$=1, $p_{5г}$=2.

Тогда на схему основного механизма приходится:

звеньев

$$n_0 = n - n_г = 5 - 2 = 3;$$

кинематических пар четвертого класса

$$p_{40} = p_4 - p_{4г} = 1 - 1 = 0;$$

кинематических пар пятого класса

$$p_{50} = p_5 - p_{5г} = 5 - 2 = 3.$$

Строим структурную схему механизма. Вначале чертим основную схему ABCD, состоящую из трех звеньев и трех пар пятого класса, а затем к ней добавляем структурную группу EFM, состоящую из двух звеньев, одной пары четвертого класса и двух пар пятого класса (рис. 3.20).

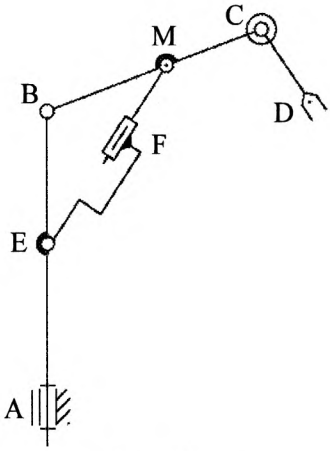


Рис. 3.20

Проверим правильность решения.

Определяем число замкнутых контуров:

$$K = 6 - 5 = 1.$$

Вычисляем число избыточных контурных связей:

$$S = 3 - (5 - 4)1 = 2.$$

Вычисляем подвижность механизма:

$$W = 6 \cdot 5 - 4 \cdot 1 - 5 \cdot 5 + 2 = 3.$$

Находим число степеней подвижности механизма:

$$H = 5 - 2 \cdot 1 = 3.$$

Таким образом, структурная схема механизма синтезирована согласно заданным условиям.

В заключение отметим, что при синтезе механизмов мехатронных устройств необходимо стремиться к исключению избыточных контурных связей, лишних подвижностей и лишних звеньев, так как при их наличии затрудняется сборка, увеличивается износ в кинематических парах, ухудшаются условия функционирования механизмов, что приводит к нарушению требуемых функциональных показателей мехатронных устройств.

Глава 4
КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

Кинематический анализ механизма – определение законов движения звеньев механизма по заданным законам движения ведущих или ведомых звеньев.

Основной задачей кинематики механизмов является изучение движения его звеньев вне зависимости от их масс и действующих на них сил. При этом изучают траектории движения, скорости и ускорения точек и звеньев механизма в функции времени.

Законы движения ведомых звеньев весьма разнообразны и их осуществляют механизмами, выполненными по различным схемам. Выбор наиболее рационального механизма в каждом конкретном случае проводят с учетом ряда факторов: конструктивных, технологических, экономических, эксплуатационных, а также по результатам оценки кинематических, динамических и точностных характеристик, которые получают после соответствующих исследований механизмов. В данной главе будут рассмотрены только некоторые способы кинематического анализа механизмов, которые позволяют решить две задачи кинематики: прямую и обратную.

Прямая задача кинематики заключается в определении законов изменения координат выходного звена (или любого звена) механизма по известным законам изменения обобщенных координат.

Обратная задача кинематики заключается в определении законов изменения обобщенных координат механизма по известным законам изменения координат выходного звена.

4.1. Аналитический (координатный) способ кинематического анализа рычажных механизмов

Основой для составления кинематических уравнений механизма в аналитическом виде является его векторная модель. Она

представляет собой совокупность геометрических векторов, соединяющих кинематические пары и степени подвижности на структурной (кинематической) схеме механизма.

Рассмотрим несколько вариантов аналитического способа определения кинематических характеристик механизмов.

Кинематический анализ механизмов с использованием передаточных функций. Этот способ кинематического анализа механизма используют в том случае, когда закон изменения обобщенной координаты во времени *не известен*. Поэтому определение перемещений, скоростей и ускорений точек и звеньев механизма осуществляют в функции его обобщенной координаты, т.е. чисто геометрически.

Функцию положения механизма с одной подвижностью при заданном законе изменения обобщенной координаты можно представить в виде (рис. 4.1):

$$\boldsymbol{r}_{Bi} = \boldsymbol{r}_{Bi}[q_1\ (t)\ l_i],$$

где l_i – длина i-го звена механизма; $\boldsymbol{r}_{Bi}$ – радиус вектор точки B i-го звена механизма; $q_1(t)$ – обобщенная координата

$$q_1(t) = \begin{cases} \varphi_1(t) - \text{угловая обобщенная координата;} \\ S_1(t) - \text{линейная обобщенная координата.} \end{cases}$$

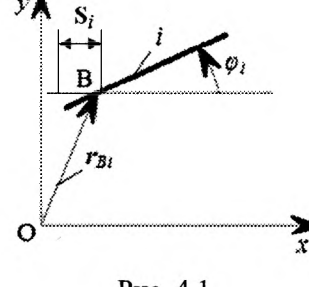


Рис. 4.1

Линейную скорость точки B i-го звена можно записать в виде:

$$\boldsymbol{v}_{Bi} = \frac{d\boldsymbol{r}_{Bi}}{dt}. \tag{4.1}$$

Первая передаточная функция (аналог линейной скорости) точки *B*:

$$\boldsymbol{v}_{qBi} = \frac{d\boldsymbol{r}_{Bi}}{dq_1}. \tag{4.2}$$

Связь между линейной скоростью точки *B* и ее аналогом:

$$\boldsymbol{v}_{Bi} = \frac{d\boldsymbol{r}_{Bi}}{dt} \cdot \frac{dq_1}{dq_1} = \boldsymbol{v}_{qBi}\dot{q}_1. \tag{4.3}$$

Аналог линейной скорости точки *B* *i*-го звена с учетом (4.2) и (4.3) можно записать в виде:

$$v_{qBi} = \frac{d\boldsymbol{r}_{Bi}}{dq_1} = \frac{\boldsymbol{v}_{Bi}}{\dot{q}_1} = \frac{1}{u}, \tag{4.4}$$

где u – передаточное отношение

$$u = \frac{\dot{q}_1}{\boldsymbol{v}_{Bi}}. \tag{4.5}$$

Линейное ускорение точки *B* *i*-го звена:

$$\boldsymbol{a}_{Bi} = \frac{d^2\boldsymbol{r}_{Bi}}{dt^2} = \frac{d\boldsymbol{v}_{Bi}}{dt}. \tag{4.6}$$

Вторая передаточная функция (аналог линейного ускорения) этой точки:

$$\boldsymbol{a}_{qBi} = \frac{d^2\boldsymbol{r}_{Bi}}{dq_1^2} = \frac{d\boldsymbol{v}_{qBi}}{dq_1}. \tag{4.7}$$

Связь между линейным ускорением точки B и ее аналогом:

$$\boldsymbol{a}_{Bi} = \frac{d\boldsymbol{v}_{Bi}}{dt} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{v}_{qBi}\dot{q}_1) = \frac{d\boldsymbol{v}_{qBi}}{dt}\dot{q}_1 + \boldsymbol{v}_{qBi}\ddot{q}_1 =$$

$$= \frac{d\boldsymbol{v}_{qBi}}{dt}\frac{dq_1}{dq_1}\dot{q}_1 + \boldsymbol{v}_{qBi}\ddot{q} = \boldsymbol{a}_{qBi}\dot{q}_1^2 + \boldsymbol{v}_{qBi}\ddot{q}_1. \qquad (4.8)$$

Угловые скорости ω_i и ускорения ε_i i-го звена механизма находят при известном положении звена i, определяемого углом φ_i.

Угловая скорость звена i:

$$\omega_i = \frac{d\varphi_i}{dt}. \qquad (4.9)$$

Первая передаточная функция (аналог угловой скорости) i-го звена:

$$\omega_{qi} = \frac{d\varphi_i}{dq_1}. \qquad (4.10)$$

Связь между угловой скоростью i-го звена и ее аналогом:

$$\omega_i = \frac{d\varphi_i}{dt}\frac{dq_1}{dq_1} = \omega_{qi}\dot{q}_1. \qquad (4.11)$$

Аналог угловой скорости i-го звена с учетом (4.10) и (4.11) приобретает вид:

$$\omega_{qi} = \frac{d\varphi_i}{dq_1} = \frac{\omega_i}{\dot{q}_1} = \frac{1}{u}, \qquad (4.12)$$

где u – передаточное отношение

$$u = \frac{\dot{q}_1}{\omega_i}. \qquad (4.13)$$

Угловое ускорение *i*-го звена:

$$\varepsilon_i = \frac{d^2\varphi_i}{dt^2} = \frac{d\omega_i}{dt}. \qquad (4.14)$$

Вторая передаточная функция (аналог углового ускорения) этого звена:

$$\varepsilon_{qi} = \frac{d^2\varphi_i}{dq_1^2} = \frac{d\omega_{qi}}{dq_1}. \qquad (4.15)$$

Связь между угловым ускорением *i*-го звена и ее аналогом:

$$\varepsilon_i = \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_{qi}\dot{q}_1) = \frac{d\omega_{qi}}{dt}\dot{q}_1 + \omega_{qi}\ddot{q}_1 = \frac{d\omega_{qi}}{dt}\frac{dq_1}{dq_1}\dot{q}_1 + \omega_{qi}\ddot{q}_1 =$$

$$= \varepsilon_{qi}\dot{q}_1^2 + \omega_{qi}\ddot{q}_1. \qquad (4.16)$$

Введение передаточных функций в методику расчета движения механизма позволяет определять перемещения, скорости и ускорения точек и звеньев механизма в функции его обобщенной координаты, а не в функции времени, т.е. чисто геометрическим путем, до того, как будет определен закон изменения обобщенной координаты во времени.

Аналоги скоростей и ускорений используют при динамическом анализе механизмов в тех случаях, когда предварительное их определение как характеристик, не зависящих от времени, облегчает нахождение законов движения ведущих звеньев.

Дифференциальный способ кинематического анализа механизмов заключается в составлении уравнения векторного контура механизма, проецировании его на координатные оси и последующего дифференцирования уравнений в проекциях по времени. После первого дифференцирования получают скорость точки или звена механизма, после второго дифференцирования – ускорение точки или звена.

Для кривошипно-ползунного механизма, используя аналоги скоростей и ускорений определим координаты, линейные скорости и ускорения точки B, а также угловые скорости и ускорения звена 2. Исходные данные: кинематическая схема механизма, обобщенная координата q_1, положение точки B на звене 2 длиной L_2, определяемое отношение $a = \frac{l_2}{L_2} < 1$, где l_2 – расстояние от точки D до точки B (рис. 4.2)

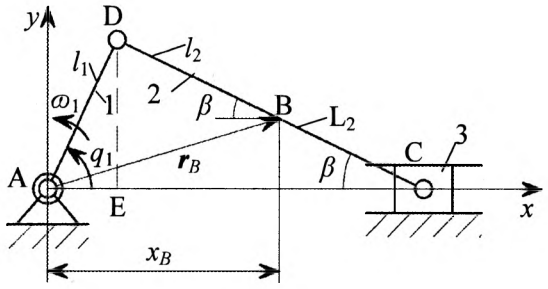


Рис. 4.2

Из треугольников ADE и CDE:

$$\sin\beta = \frac{l_1 \sin q_1}{L_2};$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{l_1^2 \sin^2 q_1}{L_2^2}},$$

где β – угол между горизонталью AC и звеном DC.

Проецируем радиус-вектор $\boldsymbol{r}_B$ точки B на оси координат:

$$x_B = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos\beta = l_1 \cos q_1 + l_2 \sqrt{1 - \frac{l_1^2 \sin^2 q_1}{L_2^2}};$$

$$y_B = l_1 \sin q_1 - l_2 \sin\beta = l_1 \sin q_1 - l_2 \frac{l_1}{L_2} \sin q_1.$$

Проекции аналогов линейной скорости точки B на оси координат:

$$v^{x}{}_{q_B} = \frac{dx_B}{dq_1} = -l_1 \sin q_1 - l_2 \frac{l_1^{\,2} \sin 2q_1}{2L_2\sqrt{L_2^{\,2} - l_1^{\,2}\sin^2 q_1}};$$

$$v^{y}{}_{q_B} = \frac{dy_B}{dq_1} = l_1 \cos q_1 - l_2 \frac{l_1}{L_2}\cos q_1 = l_1\left(1 - \frac{l_2}{L_2}\right)\cos q_1.$$

Аналог линейной скорости точки B:

$$v_{q_B} = \sqrt{\left(v^{x}_{q_B}\right)^2 + (v^{y}_{q_B})^2}.$$

Проекции линейной скорости точки B на оси координат:

$$v_B{}^{x} = v_{q_B}{}^{x}\dot{q}_1;$$

$$v_B{}^{y} = v_{q_B}{}^{y}\dot{q}_1.$$

Модуль линейной скорости точки B:

$$v_B = \sqrt{(v_B{}^{x})^2 + (v_B{}^{y})^2} = \sqrt{(v_{q_B}{}^{x}\dot{q}_1)^2 + (v_{q_B}{}^{y}\dot{q}_1)^2} = \dot{q}_1\sqrt{(v_{q_B}{}^{x})^2 + (v_{q_B}{}^{y})^2}$$

Проекции аналогов линейного ускорения точки B на оси координат:

$$a^{x}_{q_B} = \frac{d^2x_B}{dq_1^{\,2}} = -l_1\cos q_1 - \frac{l_1^{\,2}l_2}{2L_2}\times$$

$$\times\frac{2\cos 2q_1\sqrt{L_2^{\,2} - l_1^{\,2}\sin^2 q_1} - \sin 2q_1\left(\dfrac{-l_1^{\,2}2\sin q_1\cos q_1}{2\sqrt{L_2^{\,2} - l_1^{\,2}\sin^2 q_1}}\right)}{\left(L_2^{\,2} - l_1^{\,2}\sin^2 q_1\right)} =$$

$$= -l_1 \cos q_1 - \frac{{l_1}^2 l_2}{4L_2}\left(4\cos 2q_1 + \frac{{l_1}^2 \sin^2 2q_1}{{L_2}^2 - {l_1}^2 \sin^2 q_1}\right)\frac{1}{\sqrt{{L_2}^2 - {l_1}^2 \sin^2 q_1}}$$

$$a_{qB}{}^y = \frac{d^2 y_B}{d{q_1}^2} = -l_1\left(1 - \frac{l_2}{L_2}\right)\sin q_1.$$

Проекции линейного ускорения точки B на оси координат:

$$a_B{}^x = a^x_{q_{B2}}\dot{q}_1{}^2 + v^x_{q_{B2}}\ddot{q}_1;$$

$$a_B{}^y = a^y_{q_{B2}}\dot{q}_1{}^2 + v^y_{q_{B2}}\ddot{q}_1.$$

Модуль линейного ускорения точки B:

$$a_B = \sqrt{\left(a_B{}^x\right)^2 + \left(a_B{}^y\right)^2} = \sqrt{\left(a^x_{q_{B2}}\dot{q}_1{}^2 + v^x_{q_{B2}}\ddot{q}_1\right)^2 + \left(a^y_{q_{B2}}\dot{q}_1{}^2 + v^y_{q_{B2}}\ddot{q}_1\right)^2}.$$

Аналог угловой скорости звена 2:

$$\omega_{q2} = \frac{d\beta}{dq_1} = \frac{d}{dq_1}\left(\arcsin\frac{l_1 \sin q_1}{L_2}\right) = -\frac{l_1 \cos q_1}{\sqrt{{L_2}^2 - {l_1}^2 \sin^2 q_1}}.$$

Аналог углового ускорения звена 2:

$$\varepsilon_{q_2} = \frac{d^2\beta}{d{q_1}^2} = l_1 \frac{-\sin q_1\sqrt{{L_2}^2 - {l_1}^2 \sin^2 q_1} - \cos q_1 \dfrac{-{l_1}^2 2\sin q_1 \cos q_1}{2\sqrt{{L_2}^2 - {l_1}^2 \sin^2 q_1}}}{{L_2}^2 - {l_1}^2 \sin^2 q_1} =$$

$$= l_1 \frac{(l_1^2 - L_2^2)\sin q_1}{\sqrt{(L_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1)^3}}.$$

Угловая скорость звена 2:

$$\omega_2 = \omega_{q_2} q_1.$$

Угловое ускорение звена 2: .

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{q_2} \dot{q}_1^{\,2} + \omega_{q_2} \ddot{q}_1.$$

Для синусно-косинусного механизма, используя аналоги скоростей и ускорений, найти линейные скорости и ускорения звена 3. Кинематическая схема механизма приведена на рис. 4.4

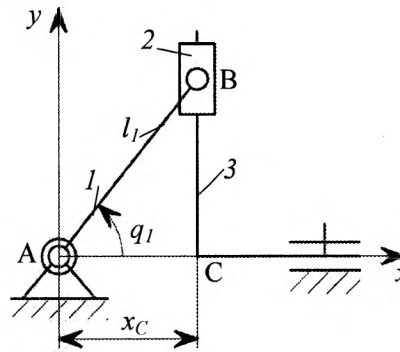


Рис. 4.4

Функция положения механизма:

$$x_c = l_1 \cos q_1.$$

Аналог линейной скорости звена 3:

$$v_{qc} = -l_1 \sin q_1.$$

Линейная скорость звена 3:

$$v_c = v_{qc} \dot{q}_1 = -l_1 \sin q_1 \dot{q}_1.$$

Аналог линейного ускорения звена 3:

$$a_{qc} = \frac{dv_{qc}}{dq_1} = -l_1 \cos q_1.$$

Линейное ускорение звена 3:

$$a_c = v_{qc}\ddot{q}_1 + a_{qc}\dot{q}_1^2 = -l_1 \sin q_1 \ddot{q}_1 - l_1 \cos q_1 \dot{q}_1^2.$$

Если $\dot{q}_1 = const$, то $\ddot{q}_1 = 0$.

Тогда ускорение звена 3 будет равно:

$$a_c = -l_1 \cos q_1 \dot{q}_1.$$

Определим угловую скорость и угловое ускорение звена 3 кулисного механизма, используя передаточные функции, кинематическая схема которой изображена на рис.4.5

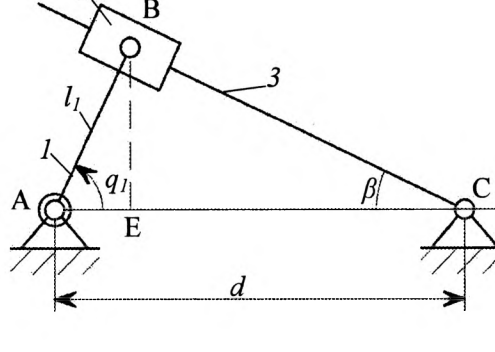


Рис. 4.5

Функция положения звена 3:

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{BE}{EC} = \frac{l_1 \sin q_1}{d - l_1 \cos q_1}$$

или

$$\beta = \operatorname{arctg}\frac{l_1 \sin q_1}{d - l_1 \cos q_1}.$$

Аналог угловой скорости звена 3:

$$\omega_{q_3} = \frac{d\beta}{dq_1} = \frac{1}{1 + \left(\frac{l_1 \sin q_1}{d - l_1 \cos q_1}\right)^2} \frac{l_1 \cos q_1 (d - l_1 \cos q_1) - l_1 \sin q_1 (l_1 \sin q_1)}{(d - l_1 \cos q_1)^2}.$$

После преобразований:

$$\omega_{q3} = \frac{l_1 (d \cos q_1 - l_1)}{l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1}.$$

Угловая скорость звена 3:

$$\omega_3 = \omega_{q3} \dot{q}_1 = \frac{l_1 (d \cos q_1 - l_1)}{l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1} \dot{q}_1.$$

Аналог углового ускорения звена 3:

$$\varepsilon_{q3} = \frac{d\omega_{q_3}}{dq_1} = \frac{l_1 (-d \sin q_1)(l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1) - l_1 (d \cos q_1 - l_1)(2 d l_1 \sin q_1)}{l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1}$$

После преобразований и упрощений:

$$\varepsilon_{q3} = \frac{d l_1 (l_1^2 - d^2) \sin q_1}{(l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1)^2}.$$

Угловое ускорение звена 3:

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{q_3} \dot{q}_1^2 + \omega_{q_3} \ddot{q}_1 = \frac{d l_1 (l_1^2 - d^2) \sin q_1}{(l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1)^2} q_1^2 + \frac{l_1 (d \cos q_1 - l_1)}{l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1} \ddot{q}_1.$$

Решим эту задачу дифференциальным способом. Составим векторный многоугольник (рис. 4.6) и запишем его векторное уравнение:

$$\boldsymbol{l}_1 + \boldsymbol{l}_3 = \boldsymbol{d}.$$

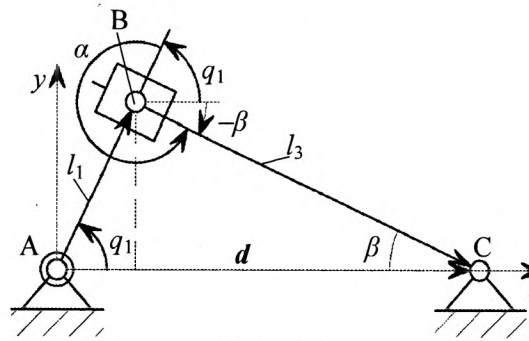


Рис. 4.6

Проекции векторного уравнения на оси координат:

$$x_c = l_1 \cos q_1 + l_3 \cos(q_1 + \alpha) = d;$$

$$y_c = l_1 \sin q_1 + l_3 \sin(q_1 + \alpha) = 0.$$

Здесь

$$\sin(q_1 + \alpha) = \sin(-\beta) = -\sin\beta;$$

$$\cos(q_1 + \alpha) = \cos\beta.$$

Из второго уравнения системы:

$$l_3 = -\frac{l_1 \sin q_1}{\sin(q_1 + \alpha)} = \frac{l_1 \sin q_1}{\sin\beta}.$$

Подставляем полученное значение l_3 в первое уравнение системы:

$$x_c = l_1 \cos q_1 + \frac{l_1 \sin q_1}{\sin \beta} \cos \beta = l_1 \cos q_1 + l_1 \sin q_1 \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} = d.$$

Откуда

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{l_1 \sin q_1}{d - l_1 \cos q_1}.$$

Продифференцировав дважды это выражение, найдём угловую скорость и угловое ускорение звена 3:

$$\omega_3 = \frac{d\beta}{dt} = \frac{l_1 (d \cos q_1 - l_1)}{l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1} \dot{q}_1;$$

$$\varepsilon_3 = \frac{d l_1 (l_1^2 - d^2) \sin q_1}{(l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1)^2} \dot{q}_1^2 + \frac{l_1 (d \cos q_1 - l_1)}{l_1^2 + d^2 - 2 d l_1 \cos q_1} \ddot{q}_1.$$

Найдём положение, скорость и ускорение точки C рабочего органа исполнительного механизма робота, кинематическая схема которого приведена на рис. 4.7

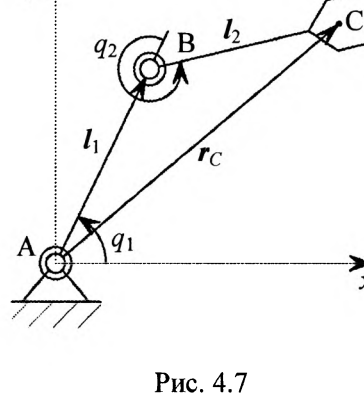


Рис. 4.7

Составим векторную модель механизма и запишем уравнение векторного контура ABC:

$$\boldsymbol{l}_1 + \boldsymbol{l}_2 = \boldsymbol{r}_c.$$

Проекции этого уравнения на координатной оси:

$$x_c = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2);$$
$$y_c = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2).$$

После дифференцирования этой системы по времени найдём проекции скоростей точки C на координатной оси:

$$\dot{x}_c = -l_1 \sin q_1 \dot{q}_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2);$$
$$\dot{y}_c = l_1 \cos q_1 \dot{q}_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2).$$

Модуль скорости точки C:

$$v_c = \sqrt{(\dot{x}_c)^2 + (\dot{y}_c)^2}.$$

После повторного дифференцирования найдём проекции ускорения точки C на координатные оси:

$$\ddot{x}_c = -l_1 \cos q_1 \dot{q}_1^{\,2} - l_1 \sin \dot{q}_1 \ddot{q}_1 - l_2 \cos(q_1 + q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 - l_2 \sin(q_1 + q_2)(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2);$$

$$\ddot{y}_c = -l_1 \sin q_1 \dot{q}_1^{\,2} + l_2 \cos \dot{q}_1 \ddot{q}_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + l_2 \cos(q_1 + q_2)(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2).$$

Модуль ускорения точки C:

$$v_c = \sqrt{(\ddot{x}_c)^2 + (\ddot{y}_c)^2}.$$

Для исполнительного механизма робота (рис. 4.8) определим положение, скорость и ускорение точки D.

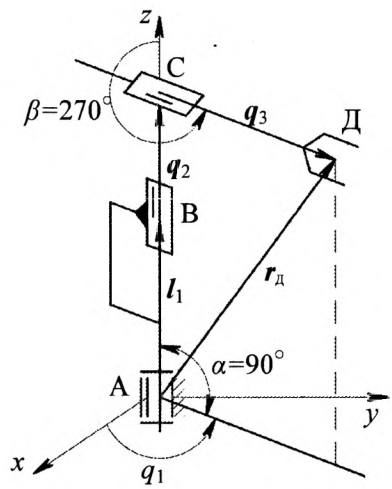


Рис. 4.8

Уравнение векторного многоугольника АВСД:

$$\boldsymbol{r}_{\text{д}} = \boldsymbol{l}_1 + \boldsymbol{q}_2 + \boldsymbol{q}_3.$$

Проекции этого уравнения на координатные оси:

$$x_{\text{д}} = l_1 \cos\alpha \cos q_1 + q_2 \cos\alpha \cos q_1 + q_3 \cos(\alpha+\beta)\cos q_1;$$

$$y_{\text{д}} = l_1 \cos\alpha \sin q_1 + q_2 \cos\alpha \sin q_1 + q_3 \cos(\alpha+\beta)\sin q_1;$$

$$z_{\text{д}} = l_1 \sin\alpha + q_2 \sin\alpha + q_3 \sin(\alpha+\beta).$$

Так как $\alpha = 90°$ и $\beta = 270°$, то проекции точки Д на координатные оси:

$$x_{\text{д}} = q_3 \cos q_1;$$

$$y_{\text{д}} = q_3 \sin q_1;$$

$$z_{\text{д}} = l_1 + q_2.$$

Дифференцируем последние выражения:

$$\dot{x}_{\text{д}} = -q_3 \sin q_1 \dot{q}_1 + \dot{q}_3 \cos q_1;$$

$$\dot{y}_{\text{д}} = q_3 \cos q_1 \dot{q}_1 + \dot{q}_3 \sin q_1;$$

$$\dot{z}_{\text{д}} = \dot{q}_2.$$

Модуль скорости точки Д:

$$v_{\text{д}} = \sqrt{(\dot{x}_{\text{д}})^2 + (\dot{y}_{\text{д}})^2 + (\dot{z}_{\text{д}})^2}.$$

После повторного дифференцирования получим:

$$\ddot{x}_{\text{д}} = -q_3\left(\cos q_1 \dot{q}_1^{\,2} + \sin q_1 \ddot{q}_1\right) - \dot{q}_3 \sin q_1 \dot{q}_1 - \dot{q}_3 \sin q_1 \dot{q}_1 + \ddot{q}_3 \cos q_1;$$

$$\ddot{y}_{\text{д}} = q_3\left(-\sin q_1 \dot{q}_1^{\,2} + \cos q_1 \ddot{q}_1\right) + \dot{q}_3 \cos q_1 \dot{q}_1 + \dot{q}_3 \cos q_1 \dot{q}_1 + \ddot{q}_3 \sin q_1;$$

$$z_{\text{д}} = \ddot{q}_2.$$

Модуль ускорения точки Д:

$$a_{\text{д}} = \sqrt{(\ddot{x}_{\text{д}})^2 + (\ddot{y}_{\text{д}})^2 + (\ddot{z}_{\text{д}})^2}.$$

Определим положение, скорость и ускорение точки Д рабочего органа исполнительного механизма робота, кинематическая схема которого приведена на рис.4.9.

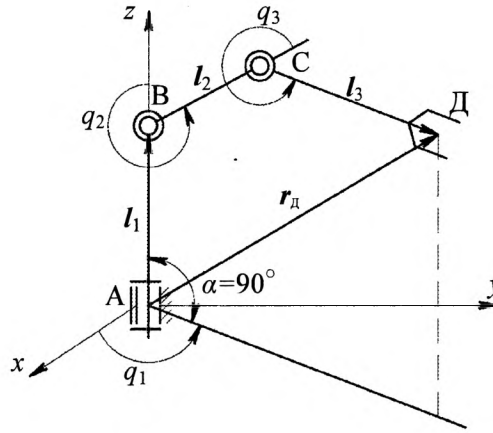


Рис. 4.9

Запишем уравнение векторного многоугольника АВСД:

$$\boldsymbol{r}_{\text{д}} = \boldsymbol{l}_1 + \boldsymbol{l}_2 + \boldsymbol{l}_3 .$$

Проекции векторного уравнения на координатные оси:

$$x_{\text{д}} = l_1 \cos\alpha \cos q_1 + l_2 \cos(\alpha + q_2)\cos q_1 + l_3 \cos(\alpha + q_2 + q_3)\cos q_1;$$

$$y_{\text{д}} = l_1 \cos\alpha \sin q_1 + l_2 \cos(\alpha + q_2)\sin q_1 + l_3 \cos(\alpha + q_2 + q_3)\sin q_1;$$

$$z_{\text{д}} = l_1 \sin\alpha + l_2 \sin(\alpha + q_2) + l_3 \sin(\alpha + q_2 + q_3).$$

Но $\alpha = 90°$ и поэтому эти уравнения приобретают вид:

$$x_{\text{д}} = l_2 \cos(90 + q_2)\cos q_1 + l_3 \cos(90 + q_2 + q_3)\cos q_1;$$

$$y_{\text{д}} = l_2 \cos(90 + q_2)\sin q_1 + l_3 \cos(90 + q_2 + q_3)\sin q_1;$$

$$z_{\text{д}} = l_1 + l_2 \sin(90 + q_2) + l_3 \sin(90 + q_2 + q_3).$$

Дифференцируем эти уравнения:

$$\dot{x}_{\text{д}} = -l_2 \sin(90 + q_2)\dot{q}_2 \cos q_1 - l_2 \cos(90 + q_2)\sin q_1 \dot{q}_1 -$$

$$- l_3 \sin(90 + q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\cos q_1 - l_3 \cos(90 + q_2 + q_3)\sin q_1 \dot{q}_1;$$

$$\dot{y}_{\text{д}} = -l_2 \sin(90 + q_2)\dot{q}_2 \sin q_1 + l_2 \cos(90 + q_2)\cos q_1 \dot{q}_1 -$$

$$l_3 \sin(90 + q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\sin q_1 + l_3 \cos(90 + q_2 + q_3)\cos q_1 \dot{q}_1;$$

$$\dot{z}_{\text{д}} = l_2 \cos(90 + q_2)\dot{q}_2 + l_3 \cos(90 + q_2 + q_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3).$$

Модуль скорости точки Д:

$$v_{\text{д}} = \sqrt{(\dot{x}_{\text{д}})^2 + (\dot{y}_{\text{д}})^2 + (\dot{z}_{\text{д}})^2}.$$

Если продифференцировать проекции скорости точки Д, то получим проекции ускорения этой точки на координатные оси.

4.2. Векторный способ (метод планов) кинематического анализа рычажных механизмов

Векторный способ кинематического анализа механизмов заключается в возможности рассмотрения сложного движения точки или звена в виде суммы переносного и относительного движений.

Для рассматриваемой точки вектор абсолютной линейной скорости равен

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_r + \boldsymbol{v}_e \qquad (4.17)$$

где $\boldsymbol{v}_r$ – вектор переносной скорости точки; $\boldsymbol{v}_e$ – вектор относительной скорости этой точки.

Если переносное движение поступательное, то вектор абсолютного ускорения точки равен:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_e = \boldsymbol{a}_r^n + \boldsymbol{a}_r^\tau + \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_e^\tau = \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_e^\tau. \quad (4.18)$$

где $\boldsymbol{a}_r^n$ и $\boldsymbol{a}_r^\tau$ – векторы нормального и тангенциального переносного ускорений точки соответственно; $\boldsymbol{a}_e^n$ и $\boldsymbol{a}_e^\tau$ – векторы нормального и тангенциального относительного ускорений точки соответственно:

$$\boldsymbol{a}_e^n = \frac{\boldsymbol{v}^2}{l} = \boldsymbol{\omega}^2 l; \qquad \boldsymbol{a}_e^\tau = \boldsymbol{\varepsilon} l, \quad (4.19)$$

где l – радиус кривизны траектории; $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости звена; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор углового ускорения звена.

Нормальное относительное ускорение направлено к центру вогнутости траектории (к центру вращения), тангенциальное – по касательной к траектории относительного движения.

Если переносное движение не поступательное, то появляется вектор дополнительного ускорения – ускорения Кориолиса $\boldsymbol{a}^k$. В этом случае вектор абсолютного ускорения точки будет равен:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}^k = \boldsymbol{a}_r^n + \boldsymbol{a}_r^\tau + \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_e^\tau + \boldsymbol{a}^k = \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_e^\tau + \boldsymbol{a}^k. \quad (4.20)$$

Вектор ускорения Кориолиса равен:

$$\boldsymbol{a}^k = 2(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_e) = 2\omega v_e \sin\alpha, \quad (4.21)$$

где α – угол между векторами переносной угловой $\boldsymbol{\omega}$ и относительной линейной $\boldsymbol{v}_e$ скоростями.

Направление кориолисова ускорения определяют поворотом относительной скорости $\boldsymbol{v}_e$ на угол 90° по направлению вектора переносной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$.

Зависимости между характеристиками абсолютного переносного и относительного движений точки или звена, записанные в векторной форме, изображают в виде планов механизма, планов скоростей и планов ускорений, выполненных в соответствующих масштабах, позволяющих получать числовые значения той или иной характеристики движения.

План механизма – графическое изображение взаимного расположения звеньев в масштабе в выбранный момент времени.

Планом скоростей (ускорений) плоского механизма называют графическое построение, представляющее собой плоский пучок векторов, выходящий из общей точки $p(\pi)$, называемой полюсом, лучи которого изображают абсолютные скорости (ускорения) точек звеньев, а отрезки, соединяющие концы лучей, – относительные скорости (ускорения) соответствующих точек (звеньев) в данном положении механизма в выбранном масштабе.

Масштабом μ физической величины называют отношение длины изображающего эту величину отрезка на плане в миллиметрах к значению этой величины в свойственных ей единицах измерения.

Например, масштаб длины

$$\mu_l = \frac{AB}{l_{AB}}\left[\frac{\text{мм}}{\text{м}}\right],$$

где AB – длина отрезка на плане механизма, мм; l_{AB} – истинная длина звена механизма, м.

Масштаб скорости

$$\mu_V = \frac{pa}{v_A}\left[\frac{\text{мм}}{\text{м}\cdot\text{с}^{-1}}\right],$$

где pa – длина отрезка на плане скоростей в мм; v_A - скорость точки A, м·с$^{-1}$.

Масштаб ускорения

$$\mu_a = \frac{\pi b}{a_B}\left[\frac{\text{мм}}{\text{м}\cdot\text{с}^{-2}}\right],$$

где πb – длина отрезка на плане ускорений в мм; a_B – ускорение точки B, м·с$^{-2}$.

Если, например, задан масштаб длины $\mu_l = 2\frac{\text{мм}}{\text{м}}$, то это означает, что 1 мм на плане соответствует 0,5 м истинного значения длины.

При кинематическом исследовании механизмов векторным способом строят план механизма, затем планы скоростей и ускорений. Вначале строят планы скоростей и ускорений для ведущего звена, потом для структурной группы, которая присоединена элементами своих внешних кинематических пар к ведущему звену и стойке, затем строят планы скоростей и ускорений для второй структурной группы и т.д.

Теорема подобия плана скоростей (ускорений) звена механизма. Отрезки прямых линий, соединяющие точки одного и того же звена на плане механизма и отрезки прямых линий, соединяющие концы векторов скоростей (ускорений) этих точек на плане скоростей (ускорений), образуют подобные и сходственно расположенные фигуры.

Теорема подобия дает возможность определить скорость (ускорение) любой точки звена, если известны скорости (ускорения) двух любых точек этого звена.

Векторный способ (метод планов) применяют для предварительного определения кинематических свойств механизма или для контроля аналитических вычислений, применяя простейшие построения, известные под названием планов скоростей и ускорений.

Построим планы скоростей и ускорений для кривошипно-ползунного механизма (рис. 4.10, а). Исходные данные: кинематическая схема механизма, обобщенная координата q, угловая скорость ведущего звена ω_1=const.

Строим план механизма в масштабе $\mu_l = \dfrac{AB}{l_{AB}}\left(\dfrac{\text{мм}}{\text{м}}\right)$ (рис. 4.10, а). Отрезок AB выбирают произвольно, но желательно, чтобы масштаб получился целым числом.

Для построения плана скоростей механизма необходимо найти скорости точек звеньев.

Определяем линейную скорость точки В звена 1:

$$v_B = v_A + v_{BA}.$$

Линейная скорость точки A равна нулю, потому что точка A принадлежит опоре (стойке). Тогда

$$v_B = v_{BA} = \omega_1 l_{AB} = \frac{\omega_1 AB}{\mu_l}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

Вектор линейной скорости точки B изображают отрезком pb, направленным перпендикулярно звену AB в сторону его вращения. Величину этого отрезка выбирают произвольно. Тогда масштаб плана скоростей будет равен:

$$\mu_V = \frac{pb}{v_B} = \frac{pb}{\omega_1 AB/\mu_l} = \frac{pb\mu_l}{\omega_1 AB}.$$

Определяем линейную скорость точки C, принадлежащую промежуточному звену BC и совершающему сложное движение – переносное с линейной скоростью v_B точки B и относительное v_{CB} точки C на некоторый угол вокруг этой точки с угловой скоростью ω_2. Также движения звена BC можно рассматривать как переносное с линейной скоростью $v_{C'}$ точки C' и относительное $v_{CC'}$ точки C на некоторую линейную величину вдоль направления перемещения ползуна 3.

Рис. 4.10

Записываем систему уравнений для скоростей:

$$\begin{cases} v_C = \underline{\underline{v_B}} + \underline{v_{CB}}; \\ v_{C'} = \underline{\underline{v_{C'}}} + \underline{v_{CC'}}. \end{cases}$$

Скорость точки C относительно точки B направлена перпендикулярно звену BC, т.е. $v_{CB} \perp BC$.

Скорость точки C' равна нулю, т.е. $v_{C'} = 0$, так как точка C' принадлежит неподвижной опоре (стойке).

Скорость точки C относительно точки C' направлена по линии AC, т.е. $v_{CC'} \| AC$.

Строим план скоростей (рис. 4.10, б). На пересечении прямых bc и pc получаем точку C. Отрезки bc и pc представляют собой в масштабе линейные скорости v_{CB} и $v_{CC'}$.

Определяем модули относительных линейных скоростей v_{CB} и $v_{CC'} = v_C$:

$$v_{CB} = \frac{bc}{\mu_V}; \qquad v_{CC'} = \frac{pc}{\mu_V}.$$

Скорость точки D определяем по теореме подобия для плана скоростей. Определяем положение точки d на плане скоростей:

$$\frac{bd}{BD} = \frac{bc}{BC}.$$

Откуда

$$bd = \frac{bc}{BC} BD.$$

Модуль скорости точки D равен

$$v_D = \frac{pd}{\mu_V}.$$

Для лучшего зрительного восприятия в уравнениях скоростей (ускорений), известные по величине и направлению скоро-

сти (ускорения) иногда подчеркивают двумя чертами, известные только по направлению – одной чертой.

Угловая скорость звена BC:

$$\omega_{BC} = \sqrt{\frac{a^n_{CB}}{l_{BC}}} = \frac{v_{CB}}{l_{BC}}.$$

Для определения направления угловой скорости звена BC мысленно перенесем вектор относительной скорости $v_{CB}=v_C$ в точку C (в точку, соответствующую первому индексу при относительной скорости). При этом точку B условно закрепим. Тогда окажется, что звено BC будет поворачиваться по часовой стрелке. Следовательно в этом направлении и направлена угловая скорость звена BC.

Строим план ускорений механизма (рис 4.10, в)

Определяем линейное ускорение точки B звена 1:

$$a_B = a_A + a^n_{BA} + a^\tau_{BA}.$$

Ускорение a_A точка A равно нулю, так как она принадлежит неподвижной опоре.

Относительное нормальное ускорение a^n_{BA} точки B по величине равно:

$$a^n_{BA} = \omega^2_{AB} l_{AB} = \frac{\omega^2_{AB} AB}{\mu_l} = \frac{v^2_B \mu_l}{AB},$$

где ω_{AB} – вектор угловой скорости звена AB:

$$\omega_{AB} = \frac{v_B}{l_{AB}} = \frac{v_B \mu_l}{AB}.$$

Вектор линейного нормального ускорения a^n_{BA}, точки B изображают отрезком πb, направленным параллельно звену AB к

центру его вращения, т.е. к точке A. Величину этого отрезка выбирают произвольно.

Определяем масштаб плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{\pi b}{a^n_{BA}} = \frac{\pi b \mu_l}{\omega_1^2 AB} = \frac{\pi b AB}{v^2 \mu_l} \left[\frac{мм}{м/с^2} \right].$$

Тангенциальное линейное ускорение a^τ_{BA} равно нулю, так как ω_1=const и следовательно угловое ускорение звена 1 $\varepsilon_1 = 0$, т.е.

$$a^\tau_{BA} = \varepsilon_1 l_{AB} = 0.$$

Находим линейное ускорение точки C из системы уравнений:

$$\begin{cases} a_C = \underline{\underline{a_B}} + \underline{\underline{a^n_{CB}}} + \underline{a^\tau_{CB}}; \\ a_C = \underline{\underline{a_{C'}}} + \underline{\underline{a^n_{CC'}}} + \underline{a^\tau_{CC'}}. \end{cases}$$

Нормальное линейное ускорение точки C относительно точки B равно:

$$a^n_{CB} = \omega_2^2 l_{BC} = \frac{v^2_{CB}}{l_{BC}}.$$

Вектор a^n_{CB} – направляют перпендикулярно звену BC из точки B и откладывают отрезок равный $\frac{BC}{\mu_a}$.

Вектор a^τ_{CB} направляют перпендикулярно вектору a^n_{CB}.

Определяем ускорение точки C звена 3:

$$a_C = a_{C'} + a^n_{CC'} + a^\tau_{CC'}.$$

Ускорение $\boldsymbol{a}_{C'}$ точки C' равно нулю, так как она принадлежит неподвижной опоре.

Относительное линейное нормальное ускорение $\boldsymbol{a}^n_{CC'}$, точки C:

$$\boldsymbol{a}^n_{CC'} = \frac{\boldsymbol{v}^2_{CC'}}{l_{CC'}} = \frac{\boldsymbol{v}^2_{CC'}}{\infty} = 0,$$

где $l_{CC'} = \infty$ – радиус кривизны вращения точки C относительно точки C'.

Относительное линейное тангенциальное ускорение $\boldsymbol{a}^\tau_{CC'}$ точки C направлено параллельно линии AC и выходит из полюса π плана ускорений.

Точка пересечения векторов $\boldsymbol{a}^\tau_{CB}$ и $\boldsymbol{a}_C$ дает точку C. Отрезки c_1c и πc в масштабе μ_a дают истинное значение относительных ускорений:

$$\boldsymbol{a}^\tau_{CB} = \frac{c_1c}{\mu_a};$$

$$\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{a}^n_{CB} = \frac{\pi c}{\mu_a}.$$

Вектор bc в масштабе представляет собой истинное значение относительного ускорения $\boldsymbol{a}_{CB}$:

$$\boldsymbol{a}_{CB} = \frac{bc}{\mu_a}.$$

Ускорение точки D:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\pi d}{\mu_a}.$$

Угловое ускорение звена BC:

$$\varepsilon_{BC} = \frac{\boldsymbol{a}^\tau_{CB}}{l_{BC}}.$$

Для определения направления углового ускорения звена BC мысленно переносим вектор тангенциального ускорения $\boldsymbol{a}_{CB}^{\tau}$ в точку C (в точку, соответствующую первому индексу при тангенциальном ускорении). При этом точку B условно закрепляем. В результате получим, что вектор $\boldsymbol{a}_{CB}^{\tau}$ поворачивает звено BC против часовой стрелки. Следовательно, угловое ускорение ε_{CB} направлено в этом направлении.

Таким образом, угловая скорость и угловое ускорение звена BC направлены в противоположные стороны. Это указывает на то, что движение звена BC в данный момент замедленное.

При одинаковом направлении угловой скорости и углового ускорения звена последнее движется ускоренно.

4.3. Матричный способ кинематического анализа механизмов

4.3.1. Системы координат звеньев

Для определения законов движения звеньев механизма необходимо выбрать системы координат и связать их с каждым звеном. В качестве таких систем координат могут быть использованы *однородные системы координат*.

Положение какой либо точки M в трехмерном пространстве можно описать четырьмя числами x_1,x_2,x_3,x_4, которые не все одновременно равны нулю и связаны с декартовыми координатами x,y,z равенствами:

$$x = \frac{x_1}{x_4};$$
$$y = \frac{x_2}{x_4}; \qquad (4.22)$$
$$z = \frac{x_3}{x_4}.$$

Эти числа называют *однородными координатами проективного пространства*. Без ограничения общности всегда можно принять $x_4 = 1$.

Тогда любой вектор Г трехмерного пространства можно записать в виде:

$$\Gamma = [xyz1]^{\mathrm{T}}. \qquad (4.23)$$

Если же $x_4 = 0$, то нельзя указать точку в трехмерном пространстве, для которой числа $x1,x2,x3,0$ были бы ее однородными координатами. В этом случае говорят о *бесконечно удаленной точке пространства* в направлении вектора $[\beta x_1 \beta x_2 \beta x_3]^{\mathrm{T}}$.

Следовательно, точки с координатами $[1000]^{\mathrm{T}}$, $[0100]^{\mathrm{T}}$, $[0010]^{\mathrm{T}}$ представляют собой удаленные точки в направлении осей x,y,z соответственно. Точка $[0001]^{\mathrm{T}}$ является началом системы координат.

Инерциальную однородную систему координат, связанную с основанием (стойкой) механизма, называют *базовой системой координат (БСК)*.

Система координат, связанная с подвижным звеном механизма, представляет собой *локальную систему координат (ЛСК)*, которую связывают со звеном i(i=1…N) по следующему правилу (рис.4.11):

- ось z_i (i=1…N–1) направляют по оси кинематической пары, связывающей звенья i и i+1;
- ось x_i направляют перпендикулярно к осям z_{i-1} и z_i, а также так, чтобы она пересекала ось z_{i-1};
- ось y_i направляют перпендикулярно осям x_i и z_i и она должна обеспечить правую ориентацию всей системы координат.

На рис. 4.11 показан выбор осей систем координат во вращательной (рис. 4.11,а) и поступательной (рис. 4.11,б) кинематических парах.

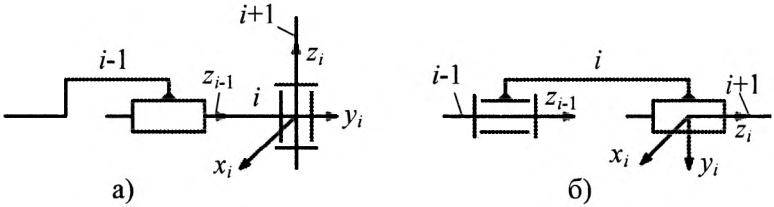


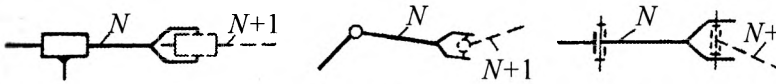
Рис. 4.11

Если оси z_{i-1} и z_i параллельны, но не лежат на одной прямой, или (i–1)-я и i-я кинематические пары вращательные, то ось x_i направляют по оси звена, связывающего (i–1)-ю и i-ю кинематические пары или по его продолжению.

В случае невозможности провести в i-й кинематической паре ось x_i так, чтобы она одновременно была перпендикулярна осям z_{i-1} и z_i и пересекала ось z_{i-1}, то начало 0_i i-й ЛСК нужно располагать не в конце i-го звена, а в начале, т.е. в (i–1) кинематической паре.

В разомкнутой кинематической цепи для выбора системы координат последнего звена необходимо мысленно соединить его со следующим условным N+1 звеном поступательной или вращательной кинематической парой, причем если предыдущая кинематическая пара была поступательной, то и кинематическую пару последнего звена выбирают поступательной (рис. 4.12, а); а при вращательной кинематической паре – вращательную (рис. 4.12, б, в).

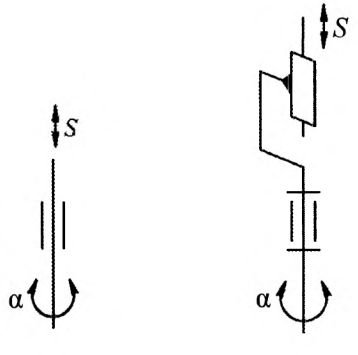
После этого направление осей системы координат, связанной с последним звеном, выбирают по общему уже указанному правилу.



а) б) в)

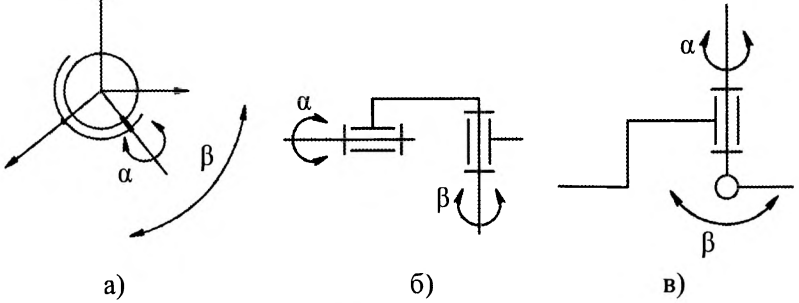
Рис. 4.12

Цилиндрические и сферические кинематические пары можно эквивалентно заменить комбинацией двух или трех пар пятого класса (рис. 4.13…4.15), т.е. *кинематическим соединением* – кинематической цепью, конструктивно заменяющей в механизме кинематическую пару. Цилиндрическую пару (рис. 4.13, а) заменяют кинематическим соединением, состоящим из вращательной и поступательной кинематических пар (рис. 4.13, б). Сферическую с пальцем кинематическую пару (рис. 4.14, а) – двумя вращательными кинематическими парами (рис. 4.14, б, в). Сферическую кинематическую пару (рис. 4.15, а) – тремя вращательными парами (рис. 4.15, б, в).



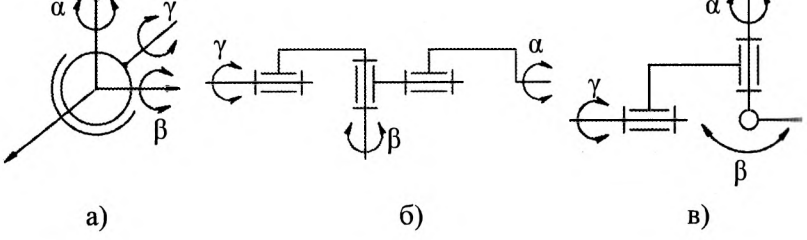
а) б)

Рис. 4.13



а) б) в)

Рис. 4.14



а) б) в)

Рис. 4.15

4.3.2. Преобразования однородных координат

Взаимное положение систем координат двух соседних звеньев определяют четыре независимых параметра. В связи с этим систему координат (i–1)-го звена можно преобразовать в систему координат i-го звена с помощью четырех последовательно выполняемых преобразований (рис. 4.16), математически описываемых четырьмя матрицами преобразований:

• поворот системы координат (i–1)-го звена вокруг оси z_{i-1} на угол θ_i до тех пор, пока оси x_{i-1} и x_i не станут параллельными и направленными в одну сторону.

Матрица поворота $(i-1)$-й ЛСК вокруг оси z_{i-1} на угол θ_i

$$A_{i,i-1}^{\theta'} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & 0 \\ -\sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4.24)$$

• перенос системы координат (i–1)-го звена вдоль оси z_{i-1} на величину S_i до тех пор, пока оси x_{i-1} и x_i не совместятся (окажутся на одной прямой).

Матрица переноса $(i-1)$-й ЛСК вдоль оси z_{i-1} на S_i

$$A_{i,i-1}^{S'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad (4.25)$$

• перенос системы координат (i–1)-го звена вдоль оси x_i на величину a_i до совпадения начал систем координат 0_{i-1} и 0_i.

Матрица переноса (i–1)-й ЛСК вдоль оси x_i на величину a_i

$$A_{i,i-1}^{a'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad (4.26)$$

• поворот системы координат (i–1)-го звена вокруг оси x_i на угол α_i до совмещения всех осей систем координат (i–1)-го и i-го звеньев.

Матрица поворота (i–1)-й ЛСК вокруг оси x_i на угол α_i

$$A_{i,i-1}^{\alpha'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & 0 \\ 0 & -\sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad (4.27)$$

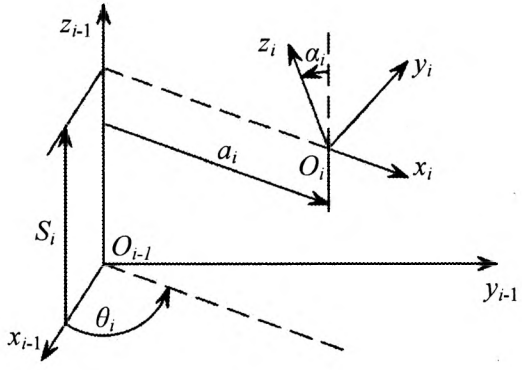


Рис. 4.16

Из четырех параметров θ_i, S_i, a_i, α_i, определяющих переход от одной системы координат к другой, параметры a_i и α_i всегда постоянны и определяются конструкцией механизма. Из двух других параметров (θ_i и S_i) один является переменным и представляет собой функцию обобщенной координаты q_i, соответствующей (i–1)-й кинематической паре, другой параметр постоя-

нен: для вращательной кинематической пары S_i=const, $\theta_i=f(q_i)$=var; для поступательной кинематической пары θ_i=const, $S_i=f(q_i)$=var.

Рассмотрим изменение однородных координат точки M, заданной в ЛСК (i–1)-го звена вектором $\boldsymbol{r}_{i-1}$ (рис. 4.17), при переходе в ЛСК i-го звена.

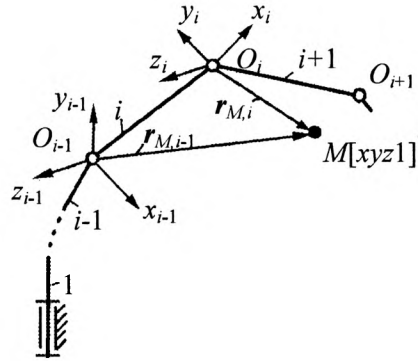


Рис. 4.17

В общем случае переход из (i–1)-й декартовой ЛСК к i-й можно описать системой уравнений:

$$\begin{cases} x_i = a_{11}x_{i-1} + a_{12}y_{i-1} + a_{13}z_{i-1} + b_1; \\ y_i = a_{21}x_{i-1} + a_{22}y_{i-1} + a_{23}z_{i-1} + b_2; \\ z_i = a_{31}x_{i-1} + a_{32}y_{i-1} + a_{33}z_{i-1} + b_3; \end{cases} \qquad (4.28)$$

Заменим декартовы координаты (i–1)-й и i-й систем координат однородными координатами

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{x_{i,1}}{x_{i,4}}; \qquad & x_{i-1} &= \frac{x_{i-1,1}}{x_{i-1,4}}; \\ y_i &= \frac{x_{i,2}}{x_{i,4}}; \qquad & y_{i-1} &= \frac{x_{i-1,2}}{x_{i-1,4}}; \\ z_i &= \frac{x_{i,3}}{x_{i,4}}; \qquad & z_{i-1} &= \frac{x_{i-1,3}}{x_{i-1,4}}. \end{aligned} \qquad (4.29)$$

Систему уравнений 4.28 можно записать в виде:

$$\frac{x_{i1}}{x_{i4}} = a_{11}\frac{x_{i-1,1}}{x_{i-1,4}} + a_{12}\frac{x_{i-1,2}}{x_{i-1,4}} + a_{13}\frac{x_{i-1,3}}{x_{i-1,4}} + b_1;$$

$$\frac{x_{i2}}{x_{i4}} = a_{21}\frac{x_{i-1,1}}{x_{i-1,4}} + a_{22}\frac{x_{i-1,2}}{x_{i-1,4}} + a_{23}\frac{x_{i-1,3}}{x_{i-1,4}} + b_2; \qquad (4.30)$$

$$\frac{x_{i3}}{x_{i4}} = a_{31}\frac{x_{i-1,1}}{x_{i-1,4}} + a_{32}\frac{x_{i-1,2}}{x_{i-1,4}} + a_{33}\frac{x_{i-1,3}}{x_{i-1,4}} + b_3.$$

Так как координаты $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4}$ всегда можно умножить на одно и то же число, то, положив $x_{i,4} = x_{i-1,4}$ получим

$$x_{i1} = a_{11}x_{i-1,1} + a_{12}x_{i-1,2} + a_{13}x_{i-1,3} + b_1x_{i4};$$

$$x_{i2} = a_{21}x_{i-1,1} + a_{22}x_{i-1,2} + a_{23}x_{i-1,3} + b_2x_{i4}; \qquad (4.31)$$

$$x_{i3} = a_{31}x_{i-1,1} + a_{32}x_{i-1,2} + a_{33}x_{i-1,3} + b_3x_{i4};$$

$$x_{i4} = x_{i-1,4}.$$

В матричном виде

$$r_i = A_{i,i-1}r_{i-1}, \qquad (4.28)$$

где

$$r_i = [x_{i1}\ x_{i2}\ x_{i3}\ 1]^{\mathrm{T}};$$

$$r_{i-1} = [x_{i-1,1}\ x_{i-1,2}\ x_{i-1,3}\ 1]^{\mathrm{T}}.$$

Коэффициенты системы запишем в виде матрицы

$$A_{i,i-1}=\left[\begin{array}{ccc:c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]=$$

$$=\left[\begin{array}{ccc:c} \cos\left(x_i \hat{} x_{i-1}\right) & \cos\left(x_i \hat{} y_{i-1}\right) & \cos\left(x_i \hat{} z_{i-1}\right) & b_1 \\ \cos\left(y_i \hat{} x_{i-1}\right) & \cos\left(y_i \hat{} y_{i-1}\right) & \cos\left(y_i \hat{} z_{i-1}\right) & b_2 \\ \cos\left(z_i \hat{} x_{i-1}\right) & \cos\left(z_i \hat{} y_{i-1}\right) & \cos\left(z_i \hat{} z_{i-1}\right) & b_3 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]=\left[\begin{array}{c:c} L_{i,i-1} & b_{i,i-1} \\ \hdashline 000 & 1 \end{array}\right]. \quad (4.33)$$

Эта матрица представляет собой блочную матрицу размерности 4x4, состоящую из четырёх матриц: *матрицы поворота* $L_{i,i-1}$ размерности 3x3 (*матрицы направляющих косинусов*), элементы a_{ij} которой представляют собой направляющие косинусы углов между осями x_i, y_i, z_i i-й и x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1} $(i-1)$-й ЛСК, *вектор переноса начала* $\theta_{i-1}(i-1)$-й ЛСК в начало θ_i i-й ЛСК размерности 3x1,

$$\boldsymbol{b}_{i,i-1}=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}=[b_1 b_2 b_3]^{\mathrm{T}}=[-a_i - S_i \sin\alpha_i - S_i \cos\alpha_i]^{\mathrm{T}},$$

где знак T означает транспонирование матрицы. Элементы b_i столбца представляют собой перемещение начала 0_{i-1} $(i-1)$-й ЛСК по осям i-й ЛСК: b_1 – перемещение по оси x_i, b_2 – по оси y_i, b_3 – по оси z_i, единичной матрицы размерности 1x1 и нулевой матрицы размерности 1x3.

В представленных матрицах оси x присвоен индекс 1, y – 2, z – 3. Например, элемент a_{23} матрицы представляет собой косинус угла между осями y_i и z_{i-1}, т.е. $a_{23}=\cos\left(y_i \hat{} z_{i-1}\right)$, элемент $a_{12}=\cos\left(x_i \hat{} y_{i-1}\right)$, элемент $a_{22}=\cos\left(y_i \hat{} y_{i-1}\right)$ и т.д.

$\boldsymbol{r}_i$ – радиус-вектор точки M в i-й ЛСК

$$\boldsymbol{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = [x_i \quad y_i \quad z_i \quad 1]^{\mathrm{T}}; \tag{4.34}$$

$\boldsymbol{r}_{i-1}$ – радиус–вектор точки M в $(i-1)$-й ЛСК

$$\boldsymbol{r}_{i-1} = \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \\ 1 \end{bmatrix} = [x_{i-1} \quad y_{i-1} \quad z_{i-1} \quad 1]^{\mathrm{T}}; \tag{4.35}$$

Матрицу преобразования однородных координат $\boldsymbol{A}_{i,i-1}$ можно представить в виде произведения четырёх матриц преобразования:

$$\boldsymbol{A}_{i,i-1} = \boldsymbol{A}^{\alpha'}_{i,i-1}\ \boldsymbol{A}^{a'}_{i,i-1}\ \boldsymbol{A}^{S'}_{i,i-1}\ \boldsymbol{A}^{\theta'}_{i,i-1} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & -a_1 \\ -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & \sin\alpha_i & -S_i\sin\alpha_i \\ \sin\theta_i\sin\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & \cos\alpha_i & -S_i\cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{4.36}$$

Для механизмов наиболее важен переход из i-й ЛСК в (i–1)-*ю.* Из зависимости (4.28) следует

$$\boldsymbol{A}_{i,i-1}\boldsymbol{r}_{i-1} = \boldsymbol{r}_i$$

или

$$\boldsymbol{r}_{i-1} = \boldsymbol{A}^{-1}_{i,i-1}\boldsymbol{r}_i. \tag{4.37}$$

Так как матрица $\boldsymbol{A}_{i,i-1}$ ортогональная, то обратная матрица может быть вычислена по формуле

$$A_{i,i-1}^{-1} = A_{i-1,i}^{\mathrm{T}} = A_{i-1,i} = \left[\begin{array}{c|c} L_{i,i-1}^{\mathrm{T}} & -L_{i,i-1}^{\mathrm{T}} \\ \hline 000 & 1 \end{array}\right]; \qquad (4.38)$$

Переход из i-й ЛСК в (i–1)-ю можно записать в виде:

$$r_{i-1} = A^{-1}{}_{i,i-1}\, r_i = A_{i-1,i}\, r_i, \qquad (4.39)$$

где $A_{i,i-1}$ – матрица перехода из i-й ЛСК в (i–1)-ю

$$A_{i,i-1} = \left[\begin{array}{c|c} L^{T}{}_{i,i-1} & -L^{T}{}_{i,i-1} \\ \hline 000 & 1 \end{array}\right] =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\alpha_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\alpha_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (4.40)$$

Эту матрицу можно представить в виде произведения четырёх матриц, соответствующих четырём элементарным движениям:

$$A_{i,i-1} = A^{-1}{}_{i,i-1} = A^{\theta}_{i,i-1} A^{S}_{i,i-1} A^{a}_{i,i-1} A^{\alpha}_{i,i-1}, \qquad (4.41)$$

где

$$A^{\theta}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A^{S}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A^{a}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A^{\alpha}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4.42)$$

Переход из i-й ЛСК в $(i-2)$-ю осуществляют по формуле

$$\boldsymbol{r}_{i-2} = \boldsymbol{A}_{i-2,i-1}\,\boldsymbol{r}_{i-1} = \boldsymbol{A}_{i-2,i-1}\,\boldsymbol{A}_{i-1,i}\,\boldsymbol{r}_i, \qquad (4.43)$$

где $\boldsymbol{A}_{i-2,i-1}$ – матрица перехода из $(i-1)$-й ЛСК в $(i-2)$-ю, определяемая по формуле (4.40).

Производя аналогичные действия, можно получить уравнения преобразования i-й ЛСК в БСК, связанную со стойкой механизма:

$$\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{B}_{0,i}\,\boldsymbol{r}_i, \qquad (4.44)$$

где $\boldsymbol{B}_{0,i}$ – матрица перехода из i-й ЛСК в БСК

$$\boldsymbol{B}_{0,i} = \boldsymbol{A}_{0,1}\,\boldsymbol{A}_{1,2}\ldots\boldsymbol{A}_{i-1,i} = \prod_{j=1}^{i} \boldsymbol{A}_{j-1,j}. \qquad (4.45)$$

При переходе из i-й ЛСК в БСК индекс 0 в матрицах можно опустить.

Уравнение (4.44) устанавливает зависимость между обобщенными координатами произвольной точки механизма и её однородными координатами.

4.3.3. Линейные скорости и ускорения точек звеньев механизма

Положение конечной точки М выходного (последнего) звена механизма в БСК можно записать в виде:

$$\boldsymbol{r}_{\text{ом}} = \boldsymbol{r}_{\text{ом}}(q_1,\ldots,q_n), \qquad (4.46)$$

где q_k – значение k-й обобщённой координаты; n – число обобщённых координат.

Продифференцировав это выражение, получим вектор линейной скорости точки М в БСК:

$$\boldsymbol{v}_{ом} = \frac{d\boldsymbol{r}_{ом}}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial \boldsymbol{r}_{ом}}{\partial q_k} \dot{q}_k \tag{4.47}$$

В проекциях на оси БСК:

$$\begin{cases} \dot{x}_{ом} = \dfrac{dx_{ом}}{dt} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial x_{ом}}{\partial q_k} \dot{q}_k; \\ \dot{y}_{ом} = \dfrac{dy_{ом}}{dt} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial y_{ом}}{\partial q_k} \dot{q}_k; \\ \dot{z}_{ом} = \dfrac{dz_{ом}}{dt} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial z_{ом}}{\partial q_k} \dot{q}_k. \end{cases} \tag{4.48}$$

Если дважды продифференцировать выражение для вектора положения точки М, то получим вектор линейного ускорения конечной точки выходного звена в БСК:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_{ом} = \frac{d^2\boldsymbol{r}_{ом}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{v}_{ом}}{dt} &= \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial \boldsymbol{r}_{ом}}{\partial q_k} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial^2 \boldsymbol{r}_{ом}}{\partial {q_k}^2} \dot{q}_k \dot{q}_s = \\ &= \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial \boldsymbol{r}_{ом}}{\partial q_k} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial \boldsymbol{r}_{ом}}{\partial q_s}\right) \dot{q}_k \dot{q}_s. \end{aligned} \tag{4.49}$$

В проекциях на оси БСК:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{ом} = \dfrac{d^2 x_{ом}}{dt^2} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial x_{ом}}{\partial q_k} \dot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{S=1}^{n} \frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial x_{ом}}{\partial q_S}\right) \dot{q}_k \dot{q}_S; \\ \ddot{y}_{ом} = \dfrac{d^2 y_{ом}}{dt^2} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial y_{ом}}{\partial q_k} \dot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{S=1}^{n} \frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial y_{ом}}{\partial q_S}\right) \dot{q}_k \dot{q}_S; \\ \ddot{z}_{ом} = \dfrac{d^2 z_{ом}}{dt^2} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial z_{ом}}{\partial q_k} \dot{q}_k + \sum_{k=1}^{n}\sum_{S=1}^{n} \frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial z_{ом}}{\partial q_S}\right) \dot{q}_k \dot{q}_S. \end{cases} \tag{4.50}$$

4.3.4. Угловые скорости и ускорения звеньев механизма

Угловую скорость i-го звена механизма относительно $(i-1)$-й ЛСК можно записать в виде вектора

$$\boldsymbol{\omega}_{i-1,i} = \boldsymbol{e}_{z(i-1)}\dot{\theta}_i, \tag{4.51}$$

где $\boldsymbol{e}_{z(i-1)} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^{\mathrm{T}}$ – орт оси z_{i-1} в $(i-1)$ – й ЛСК.

Если обобщённую координату q_i выразить через θ_i и S_i то получим вектор относительной угловой скорости

$$\boldsymbol{\omega}_{i-1,i} = \sigma_i \boldsymbol{e}_{z(i-1)}\dot{q}_i\ , \tag{4.52}$$

где

$$\sigma_i = \begin{cases} 1, \text{ если } i\text{-я кинематическая пара вращательная;} \\ 0, \text{ если } i\text{-я кинематическая пара поступательная.} \end{cases}$$

Угловую скорость i-го звена относительно БСК можно записать в виде вектора

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{A}_{-1,0}\boldsymbol{A}_{0,1}\boldsymbol{A}_{1,2}\ldots\boldsymbol{A}_{i-2,i-1}\sigma\boldsymbol{e}_{z(i-1)}\dot{q}_i = \boldsymbol{B}_{i-1}\sigma_i\boldsymbol{e}_{z(i-1)}\dot{q}_i, \tag{4.53}$$

где $\boldsymbol{A}_{-1,0}$ – единичная матрица

$$\boldsymbol{A}_{-1,0} = \boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{4.54}$$

$\boldsymbol{B}_{i\text{-}1}$ – произведение матриц

$$\boldsymbol{B}_{i-1} = \prod_{i=1}^{n} \boldsymbol{A}_{i-2,i-1}\,. \tag{4.55}$$

Абсолютная угловая скорость i-го звена в БСК:

$$\boldsymbol{\Omega}_i = \sum_{j=1}^{i} \boldsymbol{\omega}_j = \sum_{j=1}^{i} \boldsymbol{B}_{j-1}\sigma_j \boldsymbol{e}_{z(j-1)}\dot{q}_j . \qquad (4.56)$$

Дифференцируя выражение (4.55), получим абсолютное угловое ускорение i-го звена в БСК:

$$\boldsymbol{E}_i = \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = \sum_{j=1}^{i} \boldsymbol{B}_{j-1}\sigma_j \boldsymbol{e}_{z(j-1)}\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{i} \boldsymbol{B}^k_{j-1}\sigma_j\sigma_k \boldsymbol{e}_{z(j-1)}\dot{q}_j\dot{q}_k , \qquad (4.57)$$

где σ_j и σ_k имеют тот же смысл, что и σ_i в выражении (4.52).

Пример. Определить линейные перемещения, скорость и ускорение точки C, а также угловые скорости и ускорения первого и второго звеньев механизма (рис. 4.18), если заданы его кинематическая схема и обобщённая координата $q_1 = q_1(t)$.

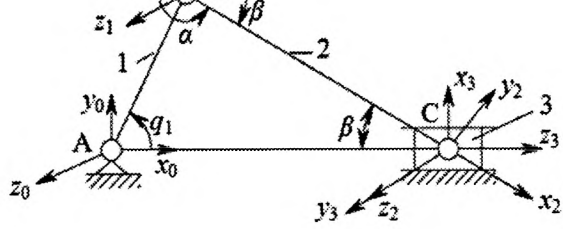


Рис. 4.18

С основанием и каждым подвижным звеном связываем свою декартову систему координат.

Параметры преобразования системы координат $x_0y_0z_0$ в систему координат $x_1y_1z_1$:

$$\theta_1 = q_1;\ S_1 = 0;\ a_1 = l_1;\ \alpha_1 = 0.$$

Матрица преобразования системы координат $x_0y_0z_0$ в систему координат $x_1y_1z_1$:

$$A_{01}=\begin{bmatrix}\cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & l_1\cos q_1\\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & l_1\sin q_1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

Параметры преобразования систем координат $x_1y_1z_1$ в систему координат $x_2y_2z_2$:

$$\theta_2=\alpha=-(q_1+\beta);\ S_2=0;\ a_2=l_2;\ \alpha_2=0.$$

Матрица преобразования:

$$A_{12}=\begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & l_2\cos\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & l_2\sin\alpha\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

Параметры преобразования системы координат $x_2y_2z_2$ в систему координат $x_3y_3z_3$:

$$\theta_3=\beta+90^\circ;\ S_3=0;\ a_3=0;\ \alpha_3=90^\circ.$$

Матрица преобразования:

$$A_{23}=\begin{bmatrix}\cos(\beta+90) & 0 & \sin(\beta+90) & 0\\ \sin(\beta+90) & 0 & -\cos(\beta+90) & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

Перемножаем матрицы A_{01} и A_{12}:

$$A_{02} = A_{01}A_{12} =$$

$$\begin{bmatrix} (\cos q_1 \cos\alpha - \sin q_1 \sin\alpha) & (-\cos q_1 \sin\alpha - \sin q_1 \cos\alpha) & 0 & (\cos q_1 l_2 \cos\alpha - \sin q_1 l_2 \sin\alpha + l_1 \cos q_1) \\ (-\sin q_1 \cos\alpha + \cos q_1 \sin\alpha) & (-\sin q_1 \sin\alpha + \cos q_1 \cos\alpha) & 0 & (\sin q_1 l_2 \cos\alpha + \cos q_1 l_2 \sin\alpha + l_1 \sin q_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Радиус-вектор точки С в БСК:

$$r_{OC} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} = A_{02} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 \cos q_1 \cos\alpha - \sin q_1 l_2 \sin\alpha + l_1 \cos q_1 \\ \sin q_1 l_2 \cos\alpha + \cos q_1 l_2 \sin\alpha + l_1 \sin q_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + \alpha) \\ l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + \alpha) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos q_1 + l_2 \cos\beta \\ l_1 \sin q_1 - l_2 \sin\beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

где

$$q_1 + \alpha = -\beta;$$
$$\cos(q_1 + \alpha) = \cos\beta;$$
$$\sin(q_1 + \alpha) = -\sin\beta.$$

Следовательно

$$x_0 = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos\beta;$$
$$y_0 = l_1 \sin q_1 - l_2 \sin\beta = 0;$$
$$z_0 = 0.$$

Из второго уравнения системы:

$$l_1 \sin q_1 = l_2 \sin\beta.$$

Откуда

$$\sin\beta = \frac{l_1}{l_2}\sin q_1;$$

$$\beta = \arcsin\frac{l_1}{l_2}\sin q_1.$$

Соответственно

$$\cos\beta = \frac{1}{l_2}\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}.$$

Подставляя значения $\cos\beta$ в первое уравнение системы, получим координату точки С в БСК:

$$x_{\text{ос}} = l_1\cos q_1 + \sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}.$$

После двухкратного дифференцирования последнего выражения определим линейные скорость и ускорение точки С:

$$V_{\text{ос}} = \left(-l_1\sin q_1 - \frac{l_1^2\sin 2q_1}{2\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}}\right)\dot{q}_1;$$

$$a_{\text{ос}} = \left[-l_1\cos q_1 - \frac{l_1^2}{4}\left(4\cos 2q_1 + \frac{l_1^2\sin^2 2q_1}{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}\right)\frac{1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}}\right]\dot{q}_1^2 -$$

$$-\left(l_1\sin q_1 + \frac{l_1^2\sin 2q_1}{2\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}}\right)\ddot{q}_1.$$

Вектор угловой скорости первого звена относительно стойки:

$$\boldsymbol{\omega}_{01} = \sigma_1 \boldsymbol{e}_{z0} \dot{q}_1 = 1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Проекции вектора угловой скорости первого звена относительно стойки:

$$\omega_{01}{}^{x} = 0;$$
$$\omega_{01}{}^{y} = 0;$$
$$\omega_{01}{}^{z} = \dot{q}_1.$$

Вектор угловой скорости второго звена относительно первого:

$$\boldsymbol{\omega}_{12} = \sigma_2 \boldsymbol{e}_{z1} (q_1 + \alpha)' = \sigma_2 \boldsymbol{e}_{z1} \left(-\dot{\beta}\right) = -\sigma_2 \boldsymbol{e}_{z1} \dot{\beta} = -\sigma_2 \boldsymbol{e}_{z1} \left(\arcsin \frac{l_1}{l_2} \sin q_1 \right)' =$$

$$= -1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \left(\frac{-l_1 \cos q_1 \dot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{l_1 \cos q_1 \dot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Проекции вектора угловой скорости второго звена относительно первого:

$$\omega_{12}{}^{x} = 0;$$
$$\omega_{12}{}^{y} = 0;$$
$$\omega_{12}{}^{z} = \frac{l_1 \cos q_1 \dot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}}.$$

Вектор угловой скорости второго звена относительно БСК:

$$\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{A}_{-1,0}\,\boldsymbol{A}_{01}\sigma_2\boldsymbol{e}_{z1}\left(-\dot{\beta}\right) = 1\begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & l_1\cos q_1 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & l_1\sin q_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\times 1\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\left(-\frac{l_1\cos q_1\,\dot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\left(-\frac{l_1\cos q_1\dot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{l_1\cos q_1\,\dot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Проекции вектора угловой скорости второго звена по оси БСК:

$$\omega_2{}^x = 0;$$
$$\omega_2{}^y = 0;$$
$$\omega_2{}^z = -\frac{l_1\cos q_1\,\dot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2 q_1}}.$$

Вектор углового ускорения первого звена в БСК:

$$\boldsymbol{E}_1 = \frac{d\boldsymbol{\omega}_1}{dt} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Проекции вектора углового ускорения первого звена на оси БСК:

$$\varepsilon_1 = 0;$$
$$\varepsilon_2 = 0;$$
$$\varepsilon_3 = \ddot{q}_1;$$

Вектор углового ускорения второго звена относительно осей БСК:

$$\boldsymbol{E}_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{l_1 \cos q_1 \dot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \dfrac{\left(l_1^2 - l_2^2\right)\sin q_1 \dot{q}_1^2}{\sqrt{\left(l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1\right)^3}} - \dfrac{l_1 \cos q_1 \ddot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Проекции углового ускорения второго звена относительно осей БСК:

$$\mathrm{E}_2{}^x = 0;$$

$$\mathrm{E}_2{}^y = 0;$$

$$E_3{}^z = l_1 \frac{(l_1^2 - l_2^2)\sin q_1 \dot{q}_1^2}{\sqrt{\left(l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1\right)^3}} - \frac{l_1 \cos q_1 \ddot{q}_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}}.$$

4.4. Передаточное отношение преобразователя движения мехатронного устройства

Основной характеристикой преобразователя движения мехатронного устройства является передаточное отношение

$$u = \frac{\Omega_{\text{вщ}}}{\Omega_{\text{вд}}}, \tag{4.58}$$

где $\Omega_{\text{вщ}}$ – скорость ведущего (входного) звена преобразователя движения, $\Omega_{\text{вд}}$ – скорость ведомого (выходного) звена преобразователя движения.

В зависимости от характера движения звеньев преобразователя движения Ω может принимать следующие значения:

$$\Omega = \begin{cases} \omega & \text{– угловая скорость при вращательном движении;} \\ v & \text{– линейная скорость при поступательном движении.} \end{cases}$$

Следует отметить, что *передаточное отношение в общем случае имеет размерность*. Так, при преобразовании вращательного движения в поступательное, размерность передаточного отношения – метр в минус первой степени ($м^{-1}$), при преобразовании поступательного движения во вращательное размерность передаточного отношения – метр (м).

Передаточное отношение преобразователя движения при незначительных динамических нагрузках (преобладают неуравновешенные нагрузки) может быть определено по формуле:

$$u = \frac{\Omega_д}{\Omega} = \frac{M_н}{M_{д.тр}\eta}, \qquad (4.59)$$

где $\Omega_д$ – номинальная скорость двигателя (угловая $\omega_д$ или линейная $v_д$); Ω – скорость выходного звена преобразователя движения (угловая ω или линейная v); $M_н$ – нагрузка сопротивления на выходном звене преобразователя движения; $M_{д.тр}$ – требуемое усилие двигателя. Здесь

$$M = \begin{cases} T, \text{ крутящий момент при угловом движении;} \\ F, \text{ сила при линейном движении.} \end{cases}$$

Для преобразователя движения вращательной степени подвижности О или В (рис. 4.20) передаточное отношение находят по формуле:

$$u = \frac{\omega_д}{\omega} = \frac{T_н}{T_{д.тр}\eta}, \qquad (4.60)$$

$\omega_д$ – номинальная угловая скорость двигателя, $с^{-1}$; ω – угловая скорость выходного звена степени подвижности, $с^{-1}$; $T_{д.тр}$ – требуемый вращающий момент на валу двигателя, $Н\,м$; η – коэффициент полезного действия преобразователя движения; $T_н$ – момент сопротивления на выходном валу степени подвижности от неуравновешенности масс выходной системы подвижных звеньев, расположенных за рассматриваемой степенью подвижности, Н·м.

Для преобразователя движения поступательной степени подвижности A (см. рис. 4.20) при преобразовании вращательного движения в поступательное:

$$u = \frac{\omega_д}{v} = \frac{F_н}{T_{д.тр}\eta}, \qquad (4.61)$$

где v – линейная скорость выходного звена поступательной степени подвижности, $\frac{м}{с}$; $F_н$ – сила сопротивления на выходном звене степени подвижности от неуравновешенности масс выходной подвижной системы звеньев, Н.

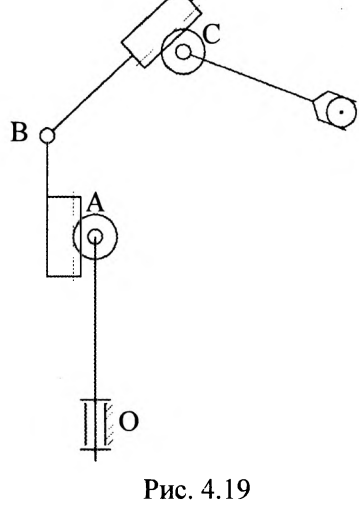


Рис. 4.19

Для преобразователя движения вращательной степени подвижности C (см. рис. 4.19) при преобразовании поступательного движения во вращательное:

$$u = \frac{v_д}{\omega} = \frac{T_н}{F_{д.тр}\eta}, \qquad (4.62)$$

где $F_{д.тр}$ – требуемая сила на подвижном звене двигателя линейного перемещения, Н; $v_д$ – номинальная линейная скорость подвижного звена двигателя, $\frac{м}{с}$.

В том случае, когда на процесс перемещения в степени подвижности мехатронного устройства *существенное влияние оказывают динамические нагрузки* и не требуется получить заданную скорость перемещения его выходного звена, определяют *оптимальное по быстродействию (время перемещения выходного звена минимальное) передаточное отношение* преобразователя движения:

$$u = \sqrt[3]{\frac{2\Omega_д{}^2 P_н}{\gamma M_и \eta}}, \qquad (4.63)$$

где $P_н$ – момент инерции $J_н$ (масса $m_н$) выходной системы подвижных звеньев

$$P_н = \begin{cases} J_н - \text{при угловом движении;} \\ m - \text{при линейном движении,} \end{cases}$$

γ – перемещение выходного звена степени подвижности

$$\gamma = \begin{cases} \varphi - \text{при угловом движении;} \\ S - \text{при линейном движении,} \end{cases}$$

$M_и$ – динамическая (инерционная) нагрузка, возникающая в период разгона и торможения выходной системы подвижных звеньев

$$M_{\text{и}} = \begin{cases} T_{\text{и}}, \text{ момент при вращательном движении;} \\ F_{\text{и}}, \text{ сила при поступательном движении.} \end{cases}$$

При эксплуатации мехатронных устройств, перемещение выходного звена степени подвижности может изменяться в зависимости от технологического процесса. Поэтому при их проектировании перемещение выходного звена можно приближенно принимать равным половине его максимального перемещения, т.е.

$$\gamma = \frac{\gamma_{max}}{2}. \tag{4.64}$$

Для преобразователя движения вращательной степени подвижности O или B (см. рис. 4.20) оптимальное передаточное отношение:

$$u = \sqrt[3]{\frac{2\omega_{\text{д}}^{\,2} J_{\text{н}}}{\varphi T_{\text{и}} \eta}}. \tag{4.65}$$

Эта формула справедлива только для трапецеидального закона изменения скорости ω, характерного для мехатронных устройств, в которых момент инерции нагрузки $J_{\text{н}}$ превышает собственный момент инерции двигателя:

$$\frac{J_{\text{н}}}{u^2 J_{\text{д}}} > 1, \tag{4.66}$$

где $J_{\text{д}}$ – момент инерции вращающихся частей двигателя с учётом приведённого к валу двигателя момента инерции преобразователя движения степени подвижности, кг·м^2:

$$J_{\text{д}} = (1{,}1 \ldots 1{,}3) J_{\text{р}}, \tag{4.67}$$

$J_{\text{р}}$ – момент инерции ротора двигателя приводится в каталогах двигателей, кг·м^2.

Если отношение

$$\frac{J_{\text{н}}}{u^2 J_{\text{д}}} \le 1, \tag{4.68}$$

то передаточное отношение преобразователя движения определяют по формуле

$$u = \sqrt{\frac{J_{\text{н}}}{J_{\text{д}}}}. \tag{4.69}$$

Для преобразователя движения поступательной степени подвижности A при преобразовании вращательного движения в поступательное:

$$u = \sqrt[3]{\frac{2\omega_{\text{д}}{}^2 m_{\text{н}}}{S T_{\text{и}} \eta}}. \tag{4.70}$$

Для преобразователя движения вращательной степени подвижности C при преобразовании поступательного движения во вращательное:

$$u = \sqrt[3]{\frac{2v_{\text{д}}{}^2 J_{\text{н}}}{\varphi T_{\text{и}} \eta}}. \tag{4.71}$$

В случае, когда масса $m_{\text{н}}$ (момент инерции $J_{\text{н}}$) выходной системы подвижных звеньев степени подвижности изменяется в широких пределах за время одного технологического цикла, для определения оптимального передаточного отношения используют формулу:

$$u = \sqrt[3]{\frac{2\Omega_{\text{д}}{}^2 \sum_{j=1}^{n} P_{\text{н}j}}{\sum_{j=1}^{n} \gamma_j M_{\text{и}} \eta}}, \tag{4.72}$$

где $P_{нj}$ – масса (момент инерции) выходной системы подвижных звеньев на j-м рабочем участке технологического цикла; γ_j – перемещение выходного звена рассматриваемой степени подвижности на j-м рабочем участке технологического цикла.

Для преобразователя движения вращательной степени подвижности O или B (см.рис. 4.20):

$$u = \sqrt[3]{\frac{2\omega_д{}^2 \sum_{j=1}^{n} J_{нj}}{\sum_{j=1}^{n} \varphi_j T_и \eta}}, \qquad (4.73)$$

Для преобразователя движения поступательной степени подвижности A при преобразовании вращательного движения в поступательное:

$$u = \sqrt[3]{\frac{2\omega_д{}^2 \sum_{j=1}^{n} m_{нj}}{\sum_{j=1}^{n} S_j T_и \eta}}, \qquad (4.74)$$

Для преобразователя движения вращательной степени подвижности C при преобразовании поступательного движения во вращательное:

$$u = \sqrt[3]{\frac{2v_д{}^2 \sum_{j=1}^{n} J_{нj}}{\sum_{j=1}^{n} \varphi_j F_и \eta}}. \qquad (4.75)$$

Глава 5
СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

5.1. Силы и моменты, действующие в механизмах

Движение механизма происходит под действием приложенных к нему различных внешних сил и моментов (усилий).

К ним относят:

1. ***Движущие силы и моменты*** – это силы и моменты, которые стремятся ускорить движение механизма. Они приложены к ведущим звеньям механизма, направлены в сторону движения и совершают положительную работу.

2. ***Силы и моменты сопротивления*** – это силы и моменты, которые стремятся замедлить движение механизма. Они приложены к ведомым звеньям механизма, направлены в сторону противоположную движению и совершают отрицательную работу. Их делят на силы и моменты полезного и вредного сопротивления.

• *Силами и моментами полезного сопротивления* называют усилия, на преодоление которых затрачивается полезная работа, т.е. та работа, для выполнения которой и предназначен данный механизм.

• *Силами и моментами вредного сопротивления* называют усилия, на преодоление которых затрачивается дополнительная работа сверх полезной работы. Ими обычно являются силы и моменты трения.

3. ***Силы тяжести подвижных звеньев и силы упругости*** (в большинстве случаев пружин). Они совершают на отдельных участках движения механизма как положительную, так и отрицательную работу, хотя за полный цикл движения работа этих сил равна нулю.

4. ***Силы взаимодействия между звеньями механизма***, т.е. силы, действующие в его кинематических парах – *реактивные силы*. Реакции в кинематических парах взаимообратные

$$\boldsymbol{R}_{12} = -\boldsymbol{R}_{21}.$$

В результате движения механизма в кинематических парах возникают реактивные силы и моменты (силы взаимодействия между звеньями механизма, а также между стойкой (основанием) механизма и звеньями). *Реактивные силы и моменты относят к категории внутренних сил по отношению к механизму в целом; по отношению к каждому звену в отдельности они являются внешними.*

5.2. Силовой расчет механизмов

Целью силового расчета механизмов мехатронных устройств *является определение реактивных сил и моментов в кинематических парах, а также внешних сил и моментов.*

Знание этих усилий необходимо для расчетов звеньев механизма на прочность, жесткость, виброустойчивость, износостойкость, для расчета подшипников на долговечность, а также для выбора двигателя.

Силовой расчет проводят методом кинетостатики с использованием *принципа Даламбера*: звено механизма рассматривают как находящееся в равновесии, если ко всем внешним силам, действующим на него, добавить силы инерции. Уравнения равновесия в этом случае называют *уравнениями кинетостатики* в отличие от уравнений статики, составленных без учета сил инерции.

Запишем уравнения кинетостатики для i-го звена механизма, т.е. выражения главного вектора $\boldsymbol{F}_i$ внешних сил и главного момента $\boldsymbol{M}_i$ [7]:

$$\boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{R}_{i-1,i} + \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{F}_{ij} + \sum_{j=1}^{m} \boldsymbol{\Phi}_{ij} = 0; \qquad (5.1)$$

$$\boldsymbol{M}_i = \boldsymbol{M}_{i-1,i} + \boldsymbol{M}^R_{i-1,i} + \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{M}^F_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{M}^\Phi_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{M}^M_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{M}^H_{ij} = 0, \qquad (5.2)$$

где j – номер силового фактора, действующего на i-е звено; n – число силовых факторов, действующих на i-е звено; $\boldsymbol{R}_{i-1,i}$ – главный вектор реактивных сил в k-й кинематической паре, соединяющий $(i-1)$ и i-е звенья; $\boldsymbol{F}_{ij}$ – вектор внешней j-й силы, действующей на i-е звено (реактивной силы $\boldsymbol{R}_{i,i+1}$, действующей со стороны $(i+1)$-го звена на i-е звено, силы $\boldsymbol{G}_i$ от массы i-го звена, силы $\boldsymbol{G}_{iq}$ от массы q-го привода или, если i-е звено последнее в исполнительном механизме робота, силы $\boldsymbol{F}_C$ сопротивления и силы $\boldsymbol{G}_{\text{об}}$ от массы объекта, закрепленного в захватном устройстве последнего звена робота); $\boldsymbol{\Phi}_{ij}$ – вектор j-й силы инерции, действующей на i-е звено

$$\boldsymbol{\Phi}_{ij} = -m_l \boldsymbol{a}_{sl}, \tag{5.3}$$

m_l – масса l-го элемента (масса m_i i-го звена, объекта $m_{\text{об}}$ или q-го привода $m_{\text{пq}}$); $\boldsymbol{a}_l$ – вектор абсолютного линейного ускорения центра S_l масс l-го элемента; $\boldsymbol{M}_{i-1,i}$ – главный вектор реактивных моментов в k-й кинематической паре, соединяющей $(i-1)-$е и $i-$е звенья; $\boldsymbol{M}^R_{i-1,i}$ – главный момент реактивных сил, действующих на $i-$е звено со стороны $(i-1)$-го звена; $\boldsymbol{M}^F_{ij}$ – момент внешней j-й силы, действующей на i-е звено; $\boldsymbol{M}^{\Phi}_{ij}$ – момент j-й силы, действующей на i-е звено; $\boldsymbol{M}^M_{ij}$ – j-й внешний момент, действующий на i-е звено; $\boldsymbol{M}^И_{ij}$ – j-й инерционный момент, действующий на i-е звено

$$\boldsymbol{M}^И_{ij} = -J_{Sl}\boldsymbol{\varepsilon}_l; \tag{5.4}$$

J_{Sl} – момент инерции l-го элемента (i-го звена, q-го привода, объекта) относительно оси, проходящей через центр S_l масс l-го элемента.

$$J_{Sl} = m_l \rho^2, \tag{5.5}$$

m_l – масса l-го элемента; ρ – радиус инерции l-го элемента относительно оси вращения; ε_l – вектор абсолютного углового ускорения l-го элемента.

Следует отметить, что силы инерции $\boldsymbol{\Phi}_{ij}$ и моменты инерции $\boldsymbol{M}_{ij}^{\Phi}$, действующие на i-е звено, в действительности не существуют. Они не обладают никаким физическим содержанием и не несут никакой физической нагрузки. Их вводят в уравнения как чисто математические величины, учитывающие влияние движения звеньев с ускорением.

5.3. Условие кинетостатической определимости кинематических цепей

Прежде чем приступать к проведению силового анализа механизма мехатронного устройства, т.е. к определению реакций в его кинематических парах, необходимо выяснить, для каких кинематических цепей соблюдается *условие кинетостатической определимости* – условие равенства числа уравнений кинетостатики и числа неизвестных составляющих реакций в кинематических парах.

Для n звеньев, на которые действует пространственная система сил общего вида, можно составить $6n$ уравнений кинетостатики (равенства нулю суммы проекций сил на координатные оси и моментов относительно этих осей). Число реакций, подлежащих определению из этих уравнений, для каждой кинематической пары совпадает с числом связей, так как каждая связь ввиде невозможности движения по какому-либо направлению дает соответствующую реакцию.

Невозможность движения вдоль оси дает реакцию ввиде силы, а невозможность вращения вокруг оси – ввиде пары сил. Следовательно, число неизвестных реакций в одной кинематической паре i-го класса равно

$$N = ip_i,$$

во всем механизме

$$N_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{5} ip_i , \tag{5.6}$$

где i – класс кинематической пары; p_i – число кинематических пар i-го класса.

Таким образом, условие *кинетостатической определимости пространственной кинематической цепи* имеет вид:

$$6n = \sum_{i=1}^{5} ip_i . \tag{5.7}$$

Это условие совпадает с условием равенства нулю числа подвижностей механизма без избыточных связей и лишних подвижностей, т.е. с условием существования структурной группы:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^{5} ip_i = 0. \tag{5.8}$$

Таким образом, *кинетостатически определимыми кинематическими цепями являются структурные группы.*

Для плоской кинематической цепи условие кинетостатической определимости имеет вид:

$$3n = \sum_{i=4}^{5} (i-3)p_i . \tag{5.9}$$

Это условие справедливо только для плоской системы внешних сил, действующих на звенья механизма. При пространственном расположении сил число уравнений кинетостатики и число неизвестных составляющих реакций должно удовлетворять условию кинетостатической определимости пространственной кинематической цепи, т.е. в этом случае для кинетостатической определимости плоский механизм должен быть выполнен без избыточных связей.

Наличие избыточных связей в механизме увеличивает число неизвестных составляющих реакций в кинематических парах и

для их определения дополнительно к уравнениям кинетостатики должны быть составлены *уравнения деформаций.*

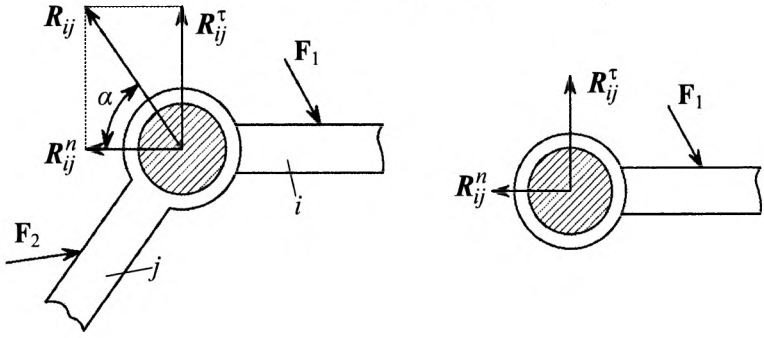
5.4. Направления действия сил в кинематических парах

Сила взаимодействия звеньев, образующих низшую кинематическую пару, представляет собой равнодействующую элементарных сил, распределенных по поверхности соприкосновения звеньев. Она при отсутствии трения направлена по общей нормали к контактирующим поверхностям.

Направление силы взаимодействия зависит от вида кинематической пары.

Во вращательной кинематической паре известна точка приложения реакций $\boldsymbol{R}_{ij}$ *– центр шарнира, но величина и направление α этой реакции неизвестны* (рис. 5.1, а). Поэтому для определения направления реакции ее раскладывают на две составляющие. Разложение по осям произвольное, но выбирают удобную форму: как правило вдоль оси звена (нормальная реакция $\boldsymbol{R}_{ij}^{n}$) и перпендикулярно звену (тангенциальная реакция $\boldsymbol{R}_{ij}^{\tau}$) (рис. 5.1, б), т.е.

$$\boldsymbol{R}_{ij} = \boldsymbol{R}_{ij}^{n} + \boldsymbol{R}_{ij}^{\tau}.$$



а) б)

Рис. 5.1

Затем составляют уравнения кинетостатики для звена и находят нормальную и тангенциальную составляющие общей реакции.

В поступательной кинематической паре направление реакции $\boldsymbol{R}_{ij}$ *всегда известно – нормаль к опорной поверхности. Величина и точка приложения реакции неизвестны.* Точку приложения определяют из уравнения кинетостатики для структурной группы (суммы моментов относительно центра *B* ползуна *i*) (рис. 5.2):

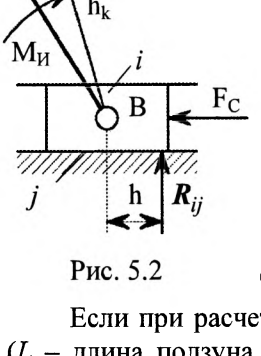


Рис. 5.2

$$\sum M_B = Fh_k - M_И + R_{ij}h = 0.$$

Откуда находят плечо приложения реакции опоры $\boldsymbol{R}_{ij}$:

$$h = \frac{M_И - Fh_k}{R_{ij}}. \qquad (5.10)$$

Величину реакции $\boldsymbol{R}_{ij}$ находят из уравнения проекций всех сил, действующих на структурную группу, на ось *y*, т.е. $\sum F_y = 0$.

Если при расчете расстояние *h* окажется больше длины *L-a* (*L* – длина ползуна, *a* – расстояние от левого края ползуна до вращательной кинематической пары *B*) (рис. 5.3), то это означает, что к звену приложено две реакции R_{Aij} и R_{Cij}, направленные навстречу друг другу и неизвестные по величине [15].

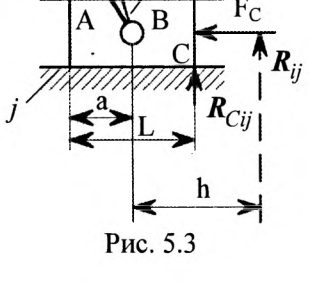


Рис. 5.3

Они представляют собой реальное силовое воздействие контактирующих тел, а вектор $\boldsymbol{R}_{ij}$, полученный в результате расчетов и изображенный на рис. 5.3 штриховой линией, является лишь их равнодействующей.

Следовательно, в поступательной кинематической паре в общем случае возникают две неизвестные величины h и $\boldsymbol{R}_{ij}$.

В высшей кинематической паре контакт звеньев осуществляется или в точке или по линии. При точечном контакте силовое взаимодействие представляет собой сосредоточенную силу, при линейном контакте – распределенную нагрузку по линии контакта, которую *условно* принимают сосредоточенной силой, равнодействующей элементарных распределенных сил.

В высшей кинематической паре известна точка K приложения силы – точка контакта тел, и ее направление – общая нормаль *n-n* в точке соприкосновения звеньев (рис. 5.4). *Величина реакции* $\boldsymbol{R}_{ij}$ *неизвестна.*

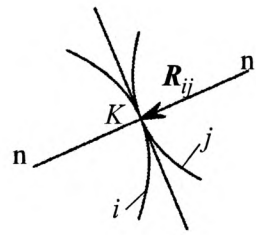


Рис. 5.4

5.5. Определение движущего момента и движущей силы механизма

Если ведущее (приводное) звено i механизма совершает вращательное движение, то для осуществления этого движения необходимо приложить к нему движущий момент $M_Д$. Его величину находят из условия равновесия звена (рис. 5.5), т.е. $\sum_{i=1}^{n} M_A = 0.$

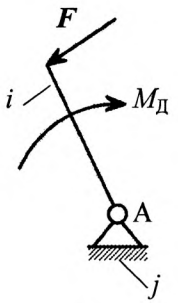


Рис. 5.5

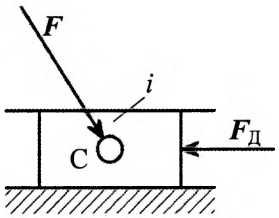


Рис. 5.6

Если же ведущее (приводное) звено i совершает поступательное движение, то для приведения его в движение необходимо приложить к нему движущую силу $F_Д$. Ее величину определяют из условия равновесия звена (рис. 5.6), т.е. $\sum_{i=1}^{n} F_i^x = 0$.

5.6. Общая методика силового расчета механизма

Силовой расчет механизма без избыточных связей проводят в следующей последовательности.

1. Построить план механизма в интересующем нас положении.
2. Построить планы скоростей и ускорений.
3. Определить абсолютные линейные ускорения центров масс звеньев и угловые ускорения звеньев по величине и направлению.
4. Определить величины и направления сил инерции и моментов сил инерции.
5. Нанести на план механизма векторы всех внешних силовых факторов.
6. Провести структурный анализ механизма, т.е. расчленить механизм на отдельные структурные группы и приводной (начальный, простейший) механизм (ведущее звено и стойка).
7. Провести силовой расчет каждой структурной группы, начиная с наиболее удаленной от приводного механизма.
8. Рассмотреть равновесие ведущего звена и определить внешнюю движущую силу или движущий момент.

Проведем силовой расчет центрального кривошипно-ползунного механизма мехатронного устройства (рис. 5.7, а), если заданы: кинематическая схема механизма, массы m_1, m_2, m_3, моменты инерции J_1 и J_2 и центры S_1, S_2, S_3 масс звеньев, внешняя нагрузка F_3. Линейные скорости v точек звеньев и ускорения a_s центров масс звеньев заданы их планами (рис. 5.7. б, в). Звено 1 уравновешенно массой противовеса 4, и вращается с постоянной угловой скоростью ω_1=const.

Расчленяем механизм и выделяем структурную группу Ассура 2-3 (рис. 5.7, г) и приводной механизм 0-1 (рис. 5.7, д). Проводим силовой расчет структурной группы.

Записываем для звена 2 уравнение моментов относительно точки B (рис. 5.7, е):

$$\sum M_B = R_{23}^{\tau} l_{BC} - M_{И2} - G_2 h'_{G2} + \Phi_2 h'_{\Phi 2} = 0,$$

где Φ_2 – сила инерции центра масс S_2 звена 2:

$$\Phi_2 = -m_2 a_{s2}.$$

Тогда

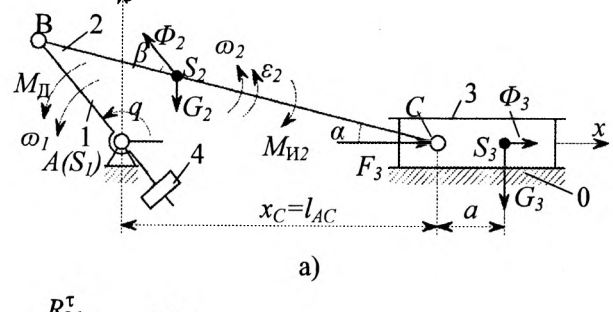
$$R_{23}^{\tau} = \frac{M_{И2} + G_2 h'_{G2} - \Phi_2 h'_{\Phi 2}}{l_{BC}}.$$

Для определения реакции R_{32}^{n} рассмотрим звено 3 (рис. 5.7, ж) и составим уравнение проекций всех сил, действующих на него, на ось x:

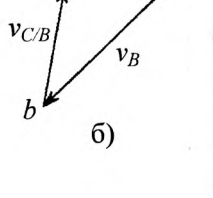
$$\sum F_x = R_{32}^{n} \cos\alpha - R_{32}^{\tau} \sin\alpha + F_3 + \Phi_3 = 0,$$

где Φ_3 – сила инерции центра масс S_3 звена 3:

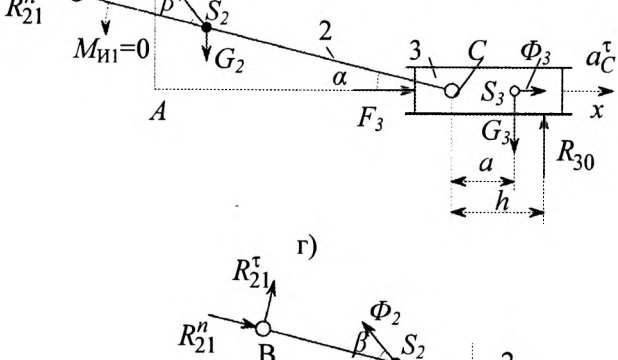
$$\Phi_3 = -m_3 a_{s3}.$$



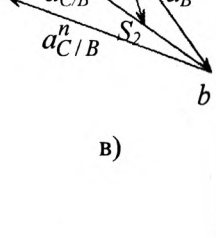
а)



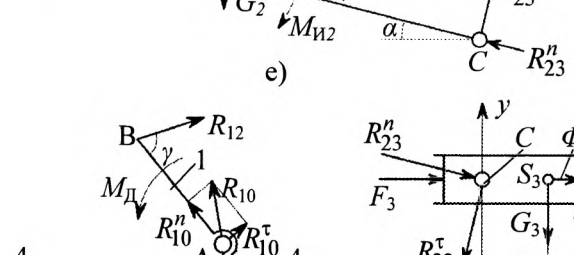
б)



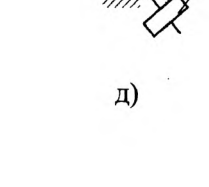
г)



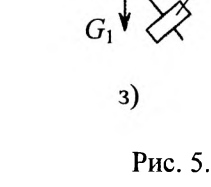
в)



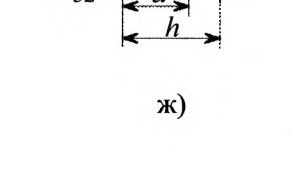
е)



д)



з)



ж)

Рис. 5.7.

Откуда

$$R_{32}^{n} = \frac{R_{32}^{\tau} \sin\alpha - F_3 - \Phi_3}{\cos\alpha}.$$

Составляем для звена 2 уравнение кинетостатики относительно точки C (рис. 5.7, е):

$$\sum M_C = R_{21}^{\tau} l_{BC} - G_2 h_{G2} + \Phi_2 h_{\Phi 2} + M_{И_2} = 0.$$

Откуда

$$R_{21}^{\tau} = \frac{G_2 h_{G2} - \Phi_2 h_{\Phi 2} - M_{И_2}}{l_{BC}}.$$

Нормальную реакцию R_{21}^{n} в точке B находим из уравнения проекций всех сил, действующих на звено 2, на ось звена BC:

$$\sum F_{BC} = R_{21}^{n} + G_2 \sin\alpha - \Phi_2 \sin\beta - R_{23}^{n} = 0.$$

Откуда

$$R_{21}^{n} = R_{23}^{n} - G_2 \sin\alpha + \Phi_2 \sin\beta.$$

Находим модуль реакции R_{21} в точке B:

$$R_{21} = \sqrt{\left(R_{21}^{n}\right)^2 + \left(R_{21}^{\tau}\right)^2},$$

а также модуль реакции R_{23} в точке C:

$$R_{23} = \sqrt{\left(R_{23}^{n}\right)^2 + \left(R_{23}^{\tau}\right)^2}.$$

Реакцию R_{30} находим из уравнения проекций всех сил, действующих на звено 3, на ось y (рис. 5.7, ж):

$$\sum F_y = R_{30} - G_3 - R_{32}^n \sin\alpha - R_{32}^\tau \cos\alpha = 0.$$

Тогда получим:

$$R_{30} = G_3 + R_{32}^n \sin\alpha + R_{32}^\tau \cos\alpha.$$

Плечо h силы R_{30} можно найти из уравнения моментов для звена 3 относительно точки C (рис. 5.7, ж):

$$\sum M_C = R_{30} h - G_3 a = 0.$$

Следовательно

$$h = \frac{G_3 a}{R_{30}}.$$

Проведем силовой расчет приводного механизма (рис. 5.7, д). Реакцию опоры (стойки) $\boldsymbol{R}_{10}$ раскладываем на нормальную $\boldsymbol{R}_{10}^n$ и тангенциальную $\boldsymbol{R}_{10}^\tau$ составляющие (рис. 5.7, з):

$$\boldsymbol{R}_{10} = \boldsymbol{R}_{10}^n + \boldsymbol{R}_{10}^\tau.$$

Тангенциальную составляющую найдем из уравнения моментов относительно точки B для звена 1 (рис. 5.7, з):

$$\sum M_B = R_{10}^\tau l_{AB} - G_1 l_{AB} \sin(q - 90) = 0.$$

Откуда

$$R_{10}^\tau = \frac{G_1 l_{AB} \sin(q - 90)}{l_{AB}}.$$

Нормальную составляющую найдем из уравнения проекции всех сил на ось звена AB (рис. 5.7, з):

$$\sum F_{AB} = R_{10}^{n} - R_{12}\cos\gamma - G_1\cos(q-90) = 0.$$

Откуда

$$R_{10}^{n} = R_{12}\cos\gamma + G_1\cos(q-90).$$

Модуль реакции R_{10} в точке A равен

$$R_{10} = \sqrt{\left(R_{10}^{n}\right)^2 + \left(R_{10}^{\tau}\right)^2}.$$

Движущий момент находим из уравнения моментов относительно точки A для звена 1 (рис. 5.7, д):

$$\sum M_A = M_{Д} - R_{12}h_{12} = 0,$$

где h_{12} – плечо действия силы A_{12}.

Тогда

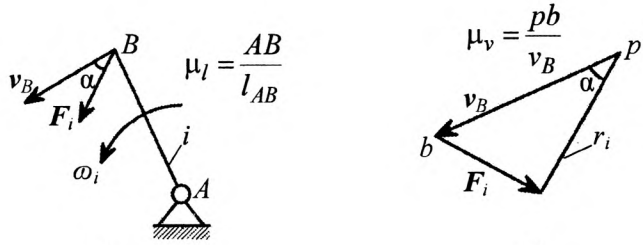
$$M_{Д} = R_{12}h_{12}.$$

5.7. Теорема Жуковского

Для избежания последовательного определения реакций во всех кинематических парах механизма и соответственно упрощения определения движущей силы и движущего момента можно использовать *теорему Жуковского.*

Если силу, приложенную в какой-либо точке звена плоского механизма, перенести повернутый на 90° в одноименную точку плана скоростей, то момент этой силы относительно полюса плана будет пропорционален ее мощности [10].

Рассмотрим приводной механизм, построенный в масштабе μ_l, к ведущему (приводному) звену i которого в точке В приложена сила $\boldsymbol{F}_i$ (рис. 5.8, а). Звено i вращается с постоянной угловой скоростью ω_i.



а) б)

Рис. 5.8

Строим план скоростей в масштабе μ_v (рис. 5.8, б). Переносим силу $\boldsymbol{F}_i$, повернутой на 90° против хода часовой стрелки, на план скоростей и прикладываем ее в точке b. Тогда момент силы $\boldsymbol{F}_i$ относительно полюса p:

$$M_p(\boldsymbol{F}_i) = \boldsymbol{F}_i r_i = F_i pb \cdot \cos\alpha = F_i v_B \mu_v \cos\alpha, \qquad (5.11)$$

где r_i – плечо действия силы $\boldsymbol{F}_i$ на плане скоростей механизма.

Для определения угла α на плане механизма проведем вектор скорости v_B точки B. Тогда угол α будет равен углу $\boldsymbol{F}_i \hat{} \boldsymbol{v}_B$ между вектором силы $\boldsymbol{F}_i$ и вектором скорости $\boldsymbol{v}_B$ точки B по взаимной перпендикулярности сторон, т.е. $\alpha = \boldsymbol{F}_i \hat{} \boldsymbol{v}_B$.

Следовательно

$$M_p(\boldsymbol{F}_i) = F_i v_B \mu_v \cos(\boldsymbol{F}_i \hat{} \boldsymbol{v}_B). \qquad (5.12)$$

Правая часть этого уравнения представляет собой мощность силы $\boldsymbol{F}_i$:

$$P_i = F_i v_B \cos(\boldsymbol{F}_i \hat{} \boldsymbol{v}_B). \qquad (5.13)$$

Тогда получим условие теоремы Жуковского

$$M_p(\boldsymbol{F}_i) = P_i \mu_v. \qquad (5.14)$$

Если на звено действует пара сил, то на план скоростей надо переносить каждую составляющую этой пары, повёрнутой на 90°, отдельно.

Если на звено, например AB, действует момент M, то его нужно представить в виде двух составляющих, равных $F = \dfrac{M}{l_{AB}}$.

Каждую составляющую переносят в одноимённую точку плана скоростей, повёрнутой на 90° в одну сторону.

5.8. Движущая сила и движущий момент

Заменяя на основании теоремы Жуковского мощности моментами относительно полюса плана скоростей, получим:

$$\sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_i) + \sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{\text{И}i}) = 0. \qquad (5.15)$$

Сумму моментов внешних сил $\sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_i)$ можно представить в виде моментов от действия приложенных к звеньям внешних сил $\sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{ni})$ и момента движущей (уравновешивающей) силы $M_p(\boldsymbol{F}_{\text{Д}})$:

$$\sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_i) = \sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{ni} + \boldsymbol{F}_{\text{Д}}) = \sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{ni}) + M_p(\boldsymbol{F}_{\text{Д}}) \qquad (5.16)$$

Подставляя (5.16) в (5.15), получим:

$$\sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{ni}) + M_p(\boldsymbol{F}_{\text{Д}}) + \sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{\text{И}_i}) = 0. \qquad (5.17)$$

Откуда движущий момент:

$$M_p(\boldsymbol{F}_{\text{Д}}) = -\sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{ni}) - \sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{\text{И}_i}) \qquad (5.18)$$

Движущая сила:

$$F_{\text{Д}} = -\frac{\sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{ni}) - \sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_{\text{И}_i})}{h_{F_{\text{Д}}}}, \qquad (5.19)$$

где $h_{F_Д}$ – плечо действия движущей силы на плане скоростей.

План скоростей механизма с перенесённой на него движущей силой называют рычагом Жуковского.

Определим движущую силу на звене 2 механизма, если задана его кинематическая схема и усилия, приложенные к нему (рис. 5.9, а).

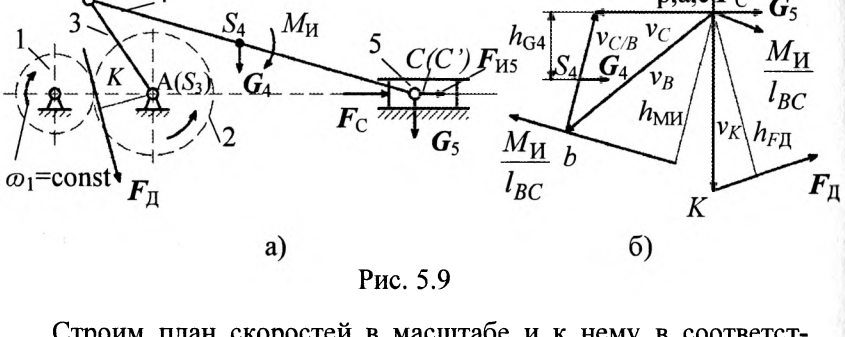


Рис. 5.9

Строим план скоростей в масштабе и к нему в соответствующих точках прикладываем действующие на механизм силы, повёрнутые против часовой стрелки на 90° (рис. 5.9, б). Составляем уравнение кинетостатики:

$$\sum_{i=1}^{n} M_p(\boldsymbol{F}_i) = F_Д h_{F_Д} + G_4 h_{G_4} - \frac{M_И}{l_{BC}} h_{M_И} = 0.$$

Откуда находим движущую силу

$$F_Д = \frac{\dfrac{M_И}{l_{BC}} h_{M_И} - G_4 h_{G_4}}{h_{F_Д}}.$$

Глава 6
ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ

6.1. Динамическая модель механизма

Прежде чем перейдём к рассмотрению движения механизма выясним, какое звено механизма является ведущим и какое ведомым.

Ведущим (движущим, приводным) называют звено, для которого элементарная работа внешних сил, приложенных к нему, является положительной. Внешними силами считают силы, которые приложены со стороны материальных тел, не входящих в состав механизма.

Ведомым называют звено, для которого элементарная работа внешних сил, приложенных к нему, является отрицательной или равной нулю.

Следует отметить, что *одно и то же звено* на отдельных участках его движения может быть *как ведущим, так и ведомым*.

До сих пор, рассматривая движение механизма, мы считали, что его ведущее звено движется равномерно. В действительности дело обстоит иначе, так как закон движения тела или системы зависит от приложенных сил и моментов сил, от масс звеньев и моментов инерции звеньев. Все эти величины в общем случае изменяются.

Одной из основных задач динамики механизма является определение действительного закона движения его ведущего звена под действием заданных сил и моментов сил, приложенных к различным звеньям механизма.

Определив закон движения ведущего звена, можно определить закон движения любого звена или отдельной точки механизма. Но это представляет собой трудную задачу.

Для упрощения поставленной задачи осуществляют приведение всех сил и моментов сил, а также масс и моментов инерции всех звеньев к одному звену. Очевидно, такое звено должно обладать теми же динамическими характеристиками, что и весь механизм в целом. Таким звеном является звено приведения.

Звеном приведения называют условное звено, обладающее условной переменной массой и переменным моментом инерции, которое заменяет весь механизм в динамическом отношении.

Полученную расчётную схему называют *одномассовой динамической моделью механизма.*

При этом должны выполняться условия:

при угловом движении ведущего звена механизма

$$\omega_1 = \omega_м,$$

при линейном движении ведущего звена механизма

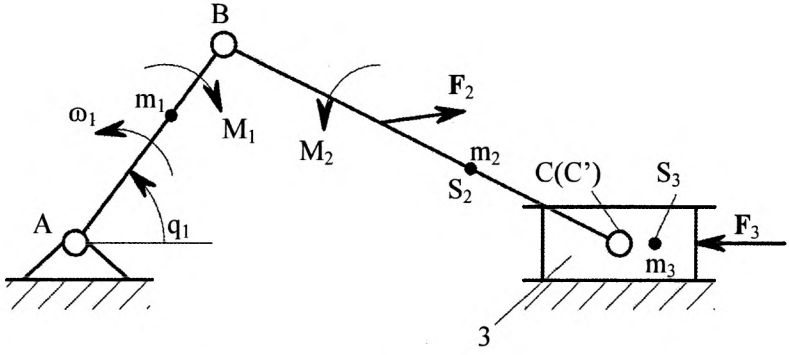
$$\upsilon_1 = \upsilon_м,$$

где ω_1 и υ_1 – угловая и линейная скорости ведущего звена механизма соответственно; $\omega_м$ и $\upsilon_м$ – угловая и линейная скорости звена приведения (модели).

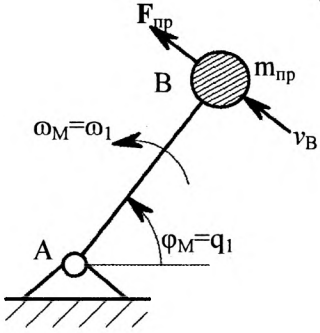
На рис. 6.1, а изображён преобразователь движения мехатронного устроства с внешними нагрузками, а на рис. 6.1. б, в, г, д – его динамические модели.

Если за звено приведения принято вращающееся звено АВ, то динамическая модель с приведенной массой $m_{пр}$ и приведенной силой $\boldsymbol{F}_{пр}$ изображена на рис. 5.1, б, а с приведенным моментом инерции $J_{пр}$ и приведенным моментом сил $\mathbf{M}_{пр}$ – на рис. 5.1, в, г. Если за звено приведения принято поступательно движущееся звено 3, то динамическая модель с приведенной массой $m_{пр}$ и приведенной силой $\boldsymbol{F}_{пр}$ изображена на рис. 5.1, д.

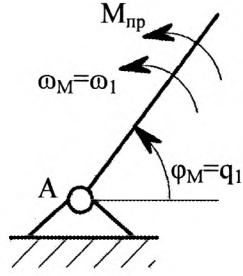
Таким образом, задача исследования динамических свойств механизма сводится к рассмотрению движения только одного звена, на которое действует приведённая сила $\boldsymbol{F}_{пр}$ или приведённый момент $\mathbf{M}_{пр}$, обладающее приведённой массой $m_{пр}$ или приведённым моментом инерции $J_{пр}$ и имеющее определённую скорость $\upsilon_м = \upsilon_1$ или $\omega_м = \omega_1$.


B
m1
ω1
M1
M2
F2
m2
S2
C(C')
S3
A
q1
F3
m3
3

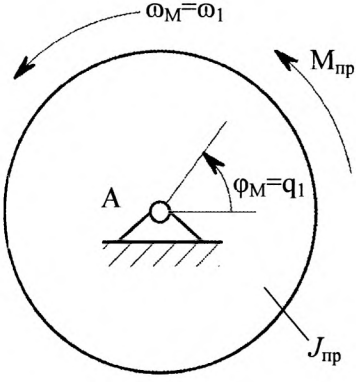
а)


Fпр
B
mпр
ωM=ω1
vB
A
φM=q1

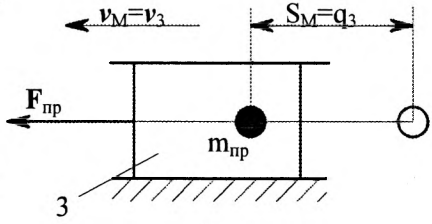
б)


Mпр
ωM=ω1
A
φM=q1

в)


ωM=ω1
Mпр
A
φM=q1
Jпр

г)


vM=v3
SM=q3
Fпр
mпр
3

д)

Рис. 6.1

6.2. Приведение масс и моментов инерции в механизмах

Приведённой массой $m_{\text{пр}}$ механизма называют такую условную массу, которая сосредоточена в точке приведения механизма и кинетическая энергия которой равна сумме кинетических энергий всех его звеньев.

Кинетическая энергия T_i $i-$го звена механизма в общем случае движения складывается из двух частей – энергий его поступательного и вращательного движений:

$$T_i = \frac{m_i v_{s_i}^2}{2} + \frac{J_{s_i}\omega_i^2}{2}, \qquad (6.1)$$

где m_i – масса $i-$го звена механизма; v_{s_i} – скорость центра S_i масс $i-$го звена; J_{s_i} – момент инерции массы $i-$го звена относительно оси, проходящей через его центр S_i масс; ω_i – угловая скорость $i-$го звена.

Кинетическая энергия T всего механизма равна сумме кинетических энергий всех его звеньев:

$$T = \sum_{i=1}^{n} T_i = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{m_i v_{s_i}^2}{2} + \frac{J_{s_i}\omega_i^2}{2}\right), \qquad (6.2)$$

где $n-$ число звеньев механизма.

Рассмотрим случай, когда звено приведения совершает прямолинейно-поступательное движение со скоростью v_A, равной скорости v ведущего звена механизма. В этом случае динамическая модель будет представлять собой материальную точку с массой $m_{\text{пр}}$ (приведённой массой), движущейся под действием силы $\boldsymbol{F}_{\text{пр}}$, называемой приведённой силой, так, что обобщённая координата S_{A} этой точки совпадает с обобщённой координатой q механизма в любой момент времени (рис. 6.2)

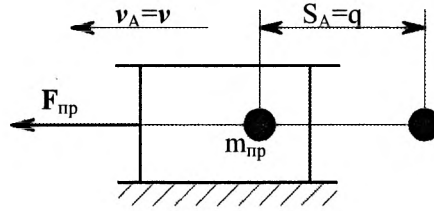


Рис 6.2

В этом случае кинетическая энергия приведённой массы равна

$$T=\frac{m_{пр}v_A^2}{2}, \tag{6.3}$$

где v_A – линейная скорость точки А приведения.

В обоих случаях кинетические энергии динамической модели и рассматриваемого механизма должны быть равны.

Следовательно

$$\frac{m_{пр}v_A^2}{2}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{m_i v_{s_i}^2}{2}+\frac{J_{s_i}\omega_i^2}{2}\right). \tag{6.4}$$

Откуда приведённая масса механизма:

$$m_{пр}=\sum_{i=1}^{n}\left[m_i\left(\frac{v_{s_i}}{v_A}\right)^2+J_{S_i}\left(\frac{\omega_i}{v_A}\right)^2\right]. \tag{6.5}$$

Приведённой массой удобно пользоваться в случае поступательного движения звена приведения. При подстановке значений в полученную формулу можно отношения скоростей заменить отношениями отрезков с плана возможных скоростей механизма.

При вращательном движении звена приведения более удобно пользоваться приведённым моментом инерции $J_{пр}$.

Приведённым моментом инерции $J_{пр}$ механизма называют такой условный момент инерции звена приведения относительно оси его вращения, при котором это звено обладает кинетической энергией, равной сумме кинетических энергий всех звеньев механизма.

При вращательном движении звена приведения со скоростью ω равной угловой скорости ω_1 ведущего звена механизма, динамическая модель будет представлять собой звено с приведённым моментом инерции $J_{пр}$, движущимся под действием момента $M_{пр}$, называемого приведённым моментом, так, что обобщённая координата φ этой точки в любой момент времени будет совпадать с обобщённой координатой q механизма (рис. 6.3).

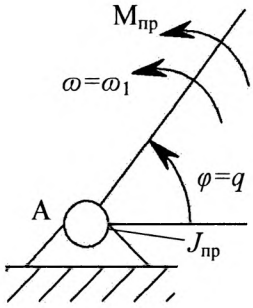


Рис 6.3

Кинетическая энергия заменяющего механизма:

$$T = \frac{J_{пр}\omega_1^2}{2}, \qquad (6.6)$$

где ω_1 – угловая скорость звена приведения.

Из сравнения кинетических энергий для заданного механизма и заменяющего механизма получим:

$$\frac{J_{\text{пр}}\omega_1^2}{2} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{m_i v_{s_i}^2}{2} + \frac{J_{s_i}\omega_i^2}{2}\right). \qquad (6.7)$$

Откуда приведённый момент инерции механизма:

$$J_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^{n}\left[m_i\left(\frac{v_{s_i}}{\omega_1}\right)^2 + J_{S_i}\left(\frac{\omega_i}{\omega_1}\right)^2\right]. \qquad (6.8)$$

Приведённая масса $m_{\text{пр}}$ и приведённый момент инерции $J_{\text{пр}}$ механизма величины переменные и зависят от положения механизма, так как отношения скоростей зависят от положения механизма (при постоянных массах и моментах инерции отдельных звеньев).

Следует отметить, что точку приведения с переменной приведённой массой нельзя рассматривать как модель тела переменной массы. Изменение приведённой массы отражает лишь изменение кинетической энергии звеньев механизма с постоянными массами.

Из сравнения равенств (6.4) и (6.7) видно, приведённая масса $m_{\text{пр}}$ и приведённый момент инерции $J_{\text{пр}}$ связаны условием:

$$\frac{m_{\text{пр}} v_{\text{A}}^2}{2} = \frac{J_{\text{пр}}\omega_1^2}{2}. \qquad (6.9)$$

Так как

$$v_{\text{A}} = \omega_1 \cdot l_{\text{AB}}, \qquad (6.10)$$

то

$$m_{\text{пр}} = \frac{J_{\text{пр}}}{l_{\text{AB}}^2}, \qquad (6.11)$$

где l_{AB} – длина звена приведения.

6.3. Приведение сил и моментов сил в механизмах

При исследовании движения механизма часть сил или все силы, приложенные по всем звеньям механизма, можно заменить одной приведённой силой, приложенной в точке приведения по желаемому направлению.

Приведённой силой $\boldsymbol{F}_{\text{пр}}$ *называют силу, приложенную в точке приведения, работа (или мощность) которой равна работе (или мощности) всех внешних сил и моментов сил, действующих на различные звенья механизма.*

За звено приведения обычно принимают ведущее звено.

Запишем выражение для элементарной работы всех внешних сил и моментов сил, действующих на механизм:

$$dA = \sum_{i=1}^{n} (F_i dS_i \cos\alpha_i + M_i d\varphi_i), \tag{6.12}$$

где $\boldsymbol{F}_i$ – сила, действующая на i-е звено; dS_i – элементарное перемещение i-го звена; α_i – угол между направлением действия силы $\boldsymbol{F}_i$ и элементарным перемещениям dS_i i-го звена; M_i – момент, действующий на i-е звено; $d\varphi_i$ – элементарный угол поворота i-го звена.

Силы инерции и моменты сил инерции здесь не учитывают, так как механизм рассматривают в движении.

Выражение для элементарной работы приведённой силы, действующей на звено приведения:

$$dA = \boldsymbol{F}_{\text{пр}} dS_{\text{A}}, \tag{6.13}$$

где dS_{A} – элементарное перемещение звена приведения.

Элементарная работа внешних сил и моментов внешних сил механизма должна быть равна элементарной работе приведённой силы к звену приведения:

$$dA = \boldsymbol{F}_{\text{пр}} dS_{\text{A}} = \sum_{i=1}^{n} (F_i dS_i \cos\alpha_i + M_i d\varphi_i). \tag{6.14}$$

Разделив левую и правую части полученного выражения на время dt, получим элементарную мощность сил, приложенных к механизму:

$$dN = \frac{dA}{dt} = \boldsymbol{F}_{\text{пр}} \frac{dS_A}{dt} = \sum_{i-1}^{n} \left(F_i \frac{dS_i}{dt} cos\alpha_i + M_i \frac{d\varphi_i}{dt} \right). \quad (6.15)$$

Так как направление элементарного перемещения dS_i и вектор линейной скорости $\boldsymbol{v}_i$ i-го звена совпадают, в этом случае можно записать:

$$\boldsymbol{F}_{\text{пр}} v_{\text{A}} = \sum_{i=1}^{n} \left[F_i v_i \cos\left(\hat{\boldsymbol{F}_i \boldsymbol{v}_i} \right) + M_i \omega_i \right]. \quad (6.16)$$

Откуда приведённая сила будет равна:

$$\boldsymbol{F}_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^{n} \left[F_i \frac{v_i}{v_{\text{A}}} \cos\left(\hat{\boldsymbol{F}_i \boldsymbol{v}_i} \right) + M_i \frac{\omega_i}{v_{\text{A}}} \right]. \quad (6.17)$$

Если ведущее звено совершает поступательное движение, то все силы и моменты сил заменяют приведённой силой.

В случае вращательного движения ведущего звена (звена приведения) более удобным оказывается силы и моменты заменять приведённым моментом сил $M_{\text{пр}}$.

Аналогично расчёту приведённой силы можно записать выражения для элементарной работы приведённого момента и работы моментов внешних сил и моментов сил, действующих на механизм:

$$dA = M_{\text{пр}} d\varphi_1 = \sum_{i-1}^{n} (F_i dS_i cos\alpha + M_i d\varphi_i). \quad (6.18)$$

За время dt:

$$dN = \frac{dA}{dt} = \frac{M_{\text{пр}} d\varphi_1}{dt} = \sum_{i=1}^{n} (F_i \frac{dS_i}{dt} cos\alpha + M_i \frac{d\varphi_i}{dt}) \qquad (6.19)$$

или

$$M_{\text{пр}}\omega_1 = \sum_{i=1}^{n} [F_i v_i \cos\left(\hat{\boldsymbol{F}_i \boldsymbol{v}_i}\right) + M_i \omega_i].$$

Откуда приведённый момент сил равен:

$$M_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^{n} [F_i \frac{v_i}{\omega_1} \cos\left(\hat{\boldsymbol{F}_i \boldsymbol{v}_i}\right) + M_i \frac{\omega_i}{\omega_1}]. \qquad (6.20)$$

Приведённая сила и приведённый момент зависят от положения механизма и являются переменными величинами, так как отношения скоростей зависят от положения звеньев.

После определения приведённой силы $F_{\text{пр}}$ или приведённого момента $M_{\text{пр}}$ для ряда положений механизма можно построить диаграмму $F_{\text{пр}} = f(S_{\text{A}})$ или $M_{\text{пр}} = f(\varphi_1)$. После чего методом графического интегрирования можно построить диаграмму работ.

Приведённая масса, приведённый момент инерции, приведённая сила и приведённый момент сил не зависят от величины скорости v точки приведения, так как в формулы (6.1), (6.2), (6.3) и (6.4) входят только отношения скоростей, которые не меняются с изменением скоростей. К этому выводу можно также прийти, обратив внимание на то, что в указанные формулы входят только аналоги скоростей, которые не зависят от времени.

Следовательно, *приведённые массы, моменты инерции, силы и моменты сил можно определить не зная ещё скорости точки приведения*. В этом заключается основное достоинство приведения масс, сил, моментов инерции и моментов сил.

6.4 Приведения масс и сил в пространственных механизмах

Для определения приведённой массы пространственного механизма запишем выражение кинетической энергии $i-$го звена механизма [10]:

$$T_i = 0{,}5\left(m_i v_{S_i}^2 + J_{x_i}\omega_{x_i}^2 + J_{y_i}\omega_{y_i}^2 + J_{z_i}\omega_{z_i}^2\right) - \\ - J_{x_i y_i}\omega_{x_i}\omega_{y_i} - J_{y_i z_i}\omega_{y_i}\omega_{z_i} - J_{z_i x_i}\omega_{z_i}\omega_{x_i}, \qquad (6.21)$$

где $J_{x_i}, J_{y_i}, J_{z_i}$ – моменты инерции звена относительно координатных осей x_i, y_i, z_i, связанных с центром S_i масс $i-$го звена; v_{S_i} – скорость центра масс $i-$го звена; $\omega_{x_i}, \omega_{y_i}, \omega_{z_i}$ – проекции мгновенной угловой скорости при сферическом движении звена относительно центра масс на оси x_i, y_i, z_i; $J_{x_i y_i}$, $J_{y_i z_i}$, $J_{z_i x_i}$ – центробежные моменты инерции.

Если координатные оси x_i, y_i, z_i выбрать так, чтобы они стали главными центральными осями инерции, то в этом случае все центробежные моменты инерции обратятся в нуль.

Таким образом, кинетическая энергия $i-$го звена будет равна

$$T_i = \left(\frac{m_i v_{S_i}^2}{2} + \frac{J_{x_i}\omega_{x_i}^2}{2} + \frac{J_{y_i}\omega_{y_i}^2}{2} + \frac{J_{z_i}\omega_{z_i}^2}{2}\right). \qquad (6.22)$$

В дальнейших расчётах будем выбирать главные центральные оси инерции.

Кинетическая энергия всего механизма:

$$T = \sum_{i=1}^{n} T_i = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{m_i v_{S_i}^2}{2} + \frac{J_{x_i}\omega_{x_i}^2}{2} + \frac{J_{y_i}\omega_{y_i}^2}{2} + \frac{J_{z_i}\omega_{z_i}^2}{2}\right). \qquad (6.23)$$

Кинетическая энергия приведённой массы:

$$T = \frac{m_{\text{пр}} v_A^2}{2}, \qquad (6.24)$$

где v_A – линейная скорость звена приведения.

Приравнивая выражения (6.23) и (6.24), получим приведённую массу механизма:

$$m_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^{n}\left[m_i\left(\frac{v_{S_i}}{v_{\text{A}}}\right)^2 + J_{x_i}\left(\frac{\omega_{x_i}}{v_{\text{A}}}\right)^2 + J_{y_i}\left(\frac{\omega_{y_i}}{v_{\text{A}}}\right)^2 + J_{z_i}\left(\frac{\omega_{z_i}}{v_{\text{A}}}\right)^2\right]. \quad (6.25)$$

Аналогично исходим приведённый момент инерции:

$$J_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^{n}\left[m_i\left(\frac{v_{S_i}}{\omega_1}\right)^2 + J_{x_i}\left(\frac{\omega_{x_i}}{\omega_1}\right)^2 + J_{y_i}\left(\frac{\omega_{y_i}}{\omega_1}\right)^2 + J_{z_i}\left(\frac{\omega_{z_i}}{\omega_1}\right)^2\right], \quad (6.26)$$

где ω_1 – угловая скорость звена приведения.

Приведённую силу определяем из равенства мощностей приведённой силы и сил и пар сил, приложенных к звеньям механизма:

$$F_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^{n}[F_i \frac{v_i}{v_{\text{A}}}\cos\left(\hat{\boldsymbol{F}_i \boldsymbol{v}_i}\right) + M_i \frac{\omega_i}{v_A}\cos(\hat{\boldsymbol{M}_i \boldsymbol{\omega}_i})]. \quad (6.27)$$

Аналогично находим приведённый момент сил:

$$M_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^{n}[F_i \frac{v_i}{\omega_1}\cos\left(\hat{\boldsymbol{F}_i \boldsymbol{v}_i}\right) + M_i \frac{\omega_i}{\omega_1}\cos(\hat{\boldsymbol{M}_i \boldsymbol{\omega}_i})]. \quad (6.28)$$

В зависимости от того, какое звено механизма принято за звено приведения, динамическая модель будет иметь различный вид. Если за звено приведения принять ведущее вращательное звено, то динамическая модель механизма с приведённой массой $m_{\text{пр}}$ и приведённой силой $\boldsymbol{F}_{\text{пр}}$ изображена на рисунке 6.1, б, а с приведённым моментом инерции $J_{\text{пр}}$ и приведённым моментом сил $M_{\text{пр}}$ – на рис. 6.1, в,г. Если за звено приведения принято ведущее поступательное звено, то динамическая модель механизма

с приведённой массой $m_{\text{пр}}$ и приведённой силой $\boldsymbol{F}_{\text{пр}}$ изображена на рис. 6.1,д.

6.5 Уравнение движения механизма в энергетической форме

Для определения законов движения ведущих звеньев механизма по заданным силам, действующим на них, используют уравнения, называемые *уравнениями движения* механизма. Число этих уравнений должно быть равно числу подвижностей механизма.

Уравнения движения механизма могут быть представлены в различных формах. Для механизма с одной подвижностью одна из наиболее простых форм получается на основании теоремы об изменении кинетической энергии.

Изменение кинетической энергии механизма равно алгебраической сумме работ сил движущих и сил сопротивления:

$$T - T_0 = A_{\text{д}} - \text{A}_{\text{c}} = \sum_{i=1}^{n} A, \qquad (6.29)$$

где T – кинетическая энергия механизма в конце рассматриваемого промежутка времени:

$$T = \frac{m_{\text{пр}} v_{\text{A}}^2}{2};$$

T_0 – кинетическая энергия механизма в начале рассматриваемого промежутка времени:

$$T_0 = \frac{m_{\text{пр}_0} v_{\text{A}_0}^2}{2};$$

$A_{\text{д}}$ – работа движущих сил $\boldsymbol{F}_{\text{д}}$ за рассматриваемый промежуток времени:

$$A_{\text{д}} = \int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{д}} dS; \tag{6.30}$$

$A_{\text{с}}$ – работа сил сопротивления $\boldsymbol{F}_{\text{с}}$ за рассматриваемый промежуток времени:

$$A_{\text{с}} = \int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{с}} dS; \tag{6.31}$$

$\sum_{i=1}^{n} A$ – алгебраическая сумма работ, совершаемых внешними силами, действующими на звенья механизма за рассматриваемый промежуток времени:

$$\sum_{i=1}^{n} A = A_{\text{д}} - A_{\text{с}} = \int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{д}} dS - \int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{с}} dS =$$

$$= \int_{S_0}^{S} \left(\boldsymbol{F}_{\text{д}} - \boldsymbol{F}_{\text{с}}\right) dS = \int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{пр}} dS, \tag{6.32}$$

где $\boldsymbol{F}_{\text{пр}}$ – суммарная приведённая сила; dS-элементарное перемещение точки приведения.

Выразим кинетическую энергию механизма через кинетическую энергию точки с приведённой массой, т.е. рассмотрим поступательное движение звена приведения.

На основании общей формулы запишем:

$$\frac{m_{\text{пр}} v_{\text{A}}^2}{2} - \frac{m_{\text{пр}_0} v_{\text{A}_0}^2}{2} = A_{\text{д}} - A_{\text{с}} = \sum_{i=1}^{n} A = \int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{пр}} dS. \tag{6.33}$$

Из полученной формулы определяем скорость сосредоточенной массы, равную скорости точки приведения механизма:

$$v_A = \sqrt{\frac{2\int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{пр}} dS}{m_{\text{пр}}} + \frac{m_{\text{пр}_0}}{m_{\text{пр}}} v_0^2}\,. \qquad (6.34)$$

Выразим кинетическую энергию механизма через кинетическую энергию звена с приведённым моментом инерции, т.е. рассмотрим вращательное движение звена приведения:

$$\frac{J_{\text{пр}}\omega^2}{2} - \frac{J_{\text{пр}_0}\omega_0^2}{2} = A_{\text{д}} - A_{\text{с}} = \sum_{i=1}^{n} A = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\text{пр}} d\varphi, \qquad (6.35)$$

где $A_{\text{д}}$ – работа движущего момента $M_{\text{д}}$:

$$A_{\text{д}} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\text{д}} d\varphi, \qquad (6.36)$$

$d\varphi$ – элементарный угол поворота звена приведения;
$A_{\text{с}}$ – работа момента сопротивления $M_{\text{с}}$:

$$A_{\text{с}} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\text{с}} d\varphi; \qquad (6.37)$$

Алгебраическая сумма работ механизма за рассматриваемый промежуток времени:

$$\sum_{i=1}^{n} A = A_{\text{д}} - A_{\text{с}} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\text{д}} d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\text{с}} d\varphi =$$

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(M_{\text{д}} - M_{\text{с}}\right) d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\text{пр}} d\varphi \quad ; \qquad (6.38)$$

$M_{\text{пр}}$ – суммарный приведённый момент.

Подставляя значение $\sum_{i=1}^{n} A$ в формулу (6.35) получим:

$$\frac{J_{\text{пр}}\omega^2}{2} - \frac{J_{\text{пр}_0}\omega_0^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\text{пр}} d\varphi. \qquad (6.39)$$

Из формулы (6.39) определяем угловую скорость звена приведения:

$$\omega = \sqrt{\frac{2\int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\text{пр}} d\varphi}{J_{\text{пр}}} + \frac{J_{\text{пр}_0}}{J_{\text{пр}}}\omega_0^2}. \qquad (6.40)$$

6.6. Уравнение движения механизма в дифференциальной форме

В ряде случаев закон изменения скорости механизма легче определить при помощи уравнения движения, написанного в дифференциальной форме.

Для его вывода запишем теорему об изменении кинетической энергии:

$$T - T_0 = \sum_{i=1}^{n} A.$$

Продифференцируем это уравнение:

$$d(T - T_0) = d(\sum_{i=1}^{n} A). \qquad (6.41)$$

Но

$$\sum_{i=1}^{n} A = \int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{пр}} dS, \tag{6.42}$$

тогда

$$dT - dT_0 = d(\int_{S_0}^{S} \boldsymbol{F}_{\text{пр}} dS). \tag{6.43}$$

Так как $T_0 = const$, то $dT_0 = 0$.
Поэтому

$$dT = \boldsymbol{F}_{\text{пр}} dS. \tag{6.44}$$

Откуда

$$\frac{dT}{dS} = \boldsymbol{F}_{\text{пр}}. \tag{6.45}$$

Но кинетическая энергия механизма равна

$$T = \frac{m_{\text{пр}} v^2}{2}. \tag{6.46}$$

После постановки получим:

$$\frac{d}{dS}\left(\frac{m_{\text{пр}} v^2}{2}\right) = \boldsymbol{F}_{\text{пр}}. \tag{6.47}$$

Определим производную, стоящую в левой части уравнения, помня, что в общем случае переменными величинами являются и скорость v и приведённая масса $m_{\text{пр}}$:

$$\frac{d}{dS}\left(\frac{m_{\text{пр}}v^2}{2}\right) = m_{\text{пр}}v\frac{dv}{dS} + \frac{dm_{\text{пр}}}{dS}\frac{v^2}{2} = m_{\text{пр}}v\frac{dv}{dt}\frac{dt}{dS} + \frac{dm_{\text{пр}}}{dS}\frac{v^2}{2} =$$

$$= m_{\text{пр}}\frac{dv}{dt} + \frac{dm_{\text{пр}}}{dS}\frac{v^2}{2}. \qquad (6.48)$$

Откуда

$$m_{\text{пр}}\frac{dv}{dt} + \frac{dm_{\text{пр}}}{dS}\frac{v^2}{2} = \boldsymbol{F}_{\text{пр}}. \qquad (6.49)$$

Это и есть уравнение движения механизма в дифференциальной форме в случае, когда силы и массы приводятся к точке. Его решают относительно скорости v точки приведения.

Если силы и массы приводятся к звену, то вывод уравнения движения аналогичен предыдущему выводу и его записывают в виде:

$$J_{\text{пр}}\frac{d\omega}{dt} + \frac{dJ_{\text{пр}}}{d\varphi}\frac{\omega^2}{2} = M_{\text{пр}}. \qquad (6.50)$$

Его решают относительно угловой скорости ω звена приведения.

Линейное и угловое ускорения можно определить, решив уравнения (6.49) и (6.50) относительно $\frac{dv}{dt}$ и $\frac{d\omega}{dt}$ соответственно:

$$a = \frac{F_{\text{пр}}}{m_{\text{пр}}} - \frac{dm_{\text{пр}}}{dS}\frac{v^2}{2m_{\text{пр}}}; \qquad (6.51)$$

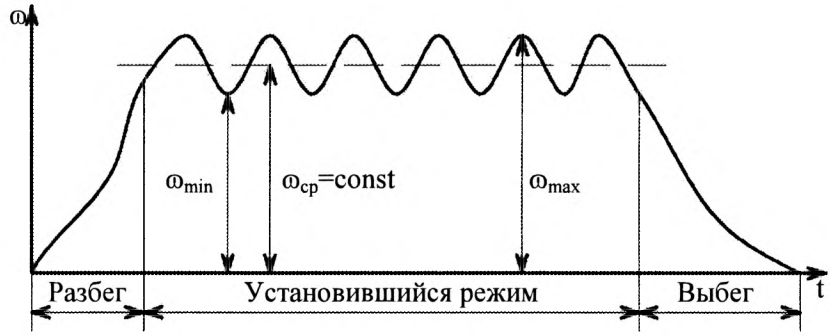
$$\varepsilon = \frac{M_{\text{пр}}}{J_{\text{пр}}} - \frac{dJ_{\text{пр}}}{d\varphi}\frac{\omega^2}{2J_{\text{пр}}}. \qquad (6.52)$$

Производные $\frac{dm_{пр}}{dS}$ и $\frac{dJ_{пр}}{d\varphi}$ подсчитывают или численным методом на ЭВМ, или графическим дифференцированием или аналитическим способом (см. Минут С.Б. Об определении производной приведённого момента инерции массы звеньев механизма// Науч.тр. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1970; Зиновьев В.А., Бессонов А.П. Основы динамики машинных агрегатов. –М.: 1964)

6.7 Основные режимы движения механизма

Процесс движения механизма в общем случае состоит из трёх фаз:

1. Разгон;
2. Установившийся режим;
3. Выбег.



Фаза разбега характеризуется увеличением скорости звена приведения. Это наблюдается при пуске механизма в ход и при переходе его с меньшей скорости на большую.

Фаза установившегося движения характеризуется периодическим изменением скорости звена приведения. Причиной является периодический характер действия сил и моментов, приложенных к механизму, а также периодические изменения приведённого момента инерции механизма.

Среднее же значение угловой скорости поддерживается на постоянном уровне.

Фаза выбега характеризуется уменьшением скорости звена приведения. Это наблюдается при остановке механизма, торможении или при переводе его с большей скорости на меньшую.

Разбег и выбег относятся к неустановившемуся режиму, который характеризуется непериодическими изменениями скорости.

За каждый цикл установившегося движения механизма работа всех внешних сил, действующих на его звенья, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2} - \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_{0i}^2}{2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_{\text{пр}} v_{\text{A}}^2}{2} - \sum_{i=1}^{n} \frac{m_{\text{пр0}} v_{\text{A0}}^2}{2} = 0, \qquad (6.53)$$

где m_i – масса i-го звена; v_i и v_{0i} – скорость в конце и начале рассматриваемого перемещения соответственно.

Для режима разбега $\sum_{i=1}^{n} A_i > 0$, для режима выбега $\sum_{i=1}^{n} A_i < 0$.

Режимы разбега и выбега, а также режимы перехода от установившегося движения с одной средней скоростью к установившемуся движению с другой средней скоростью называют *переходными режимами.*

Глава 7
ТРЕНИЕ И ИЗНОС СОПРИКАСАЮЩИХСЯ ТЕЛ

7.1. Виды трения

Трение – состояние двух соприкасающихся тел, при котором возникает сила, препятствующая относительному их движению, и сопровождающееся рассеиванием механической энергии.

Трение можно классифицировать по следующим признакам.

1. По воздействию на соприкасающиеся тела:

• *внешнее трение* – сопротивление относительному перемещению двух соприкасающихся по поверхностям тел, сопровождаемое диссипацией (рассеиванием) энергии;

• *внутреннее трение* – процессы, происходящие в твёрдых, жидких и газообразных телах при их деформации, приводящие к рассеиванию механической энергии.

2. По наличию или отсутствию относительного движения тел:

• *трение покоя (статическое трение)* – внешнее трение при относительном покое соприкасающихся тел;

• *трение движения (кинетическое трение*) – внешнее трение при относительном движении соприкасающихся тел.

3. По виду относительного движения тел (кинетического трения):

• *трение скольжения* – внешнее трение при относительном скольжении соприкасающихся тел;

• *трение качения* – внешнее трение при относительном качении соприкасающихся тел;

• *трение верчения* – внешнее трение при вращении одного тела относительно другого вокруг общей нормали к поверхностям их соприкосновения (частный случай трения скольжения);

• *трение качения с проскальзыванием* – внешнее трение при одновременном относительном качении и проскальзывании соприкасающихся тел.

4. По наличию смазочного материала между поверхностями взаимодействующих тел:

• *трение без смазочного материала (сухое трение)* – внешнее трение при отсутствии на поверхностях трения смазочного материала любого вида;

• *трение со смазочным материалом* – внешнее трение при наличии на поверхностях трения смазочного материала любого вида;

Различают следующие виды смазки:

• *твердая* – используют твёрдые смазочные материалы (графит, нитрид бора, сульфиды, хлориды, пластмассы, полиамиды, мягкие металлы – Ag, Au, Cu, Co);

• *жидкая* – используют жидкие смазочные материалы (масла);

• *газовая* – используют для разделения трущихся поверхностей газ;

Трение с жидким смазочным материалом делят на:

• *граничное* – внешнее трение, при котором между трущимися поверхностями есть тонкий ($h \le 0.1$ мкм) слой смазки;

• *полужидкостное* – трение, при котором между трущимися поверхностями есть слой смазки, полностью покрывающий шероховатости трущихся поверхностей;

• *жидкостное* – трение, при котором между трущимися поверхностями есть объёмный слой смазки и трущиеся поверхности полностью отделены друг от друга.

7.2. Силы трения

Сила трения покоя – сила трения, при которой невозможно возникновение относительного движения трущихся тел.

Предельная сила трения покоя – сила трения покоя сколь угодно малое превышение которой приводит к возникновению относительного движения трущихся тел. В случае сухого трения, предельную силу трения покоя определяют по формуле

$$F_{т0} = f_0 F^n, \qquad (7.1)$$

где f_0 – коэффициент трения покоя (сцепления), который получают экспериментально для трущихся поверхностей тел из различных материалов; F^n – результирующая сила нормальных давлений на поверхности трения.

После достижения предельной силы трения покоя, начинается скольжение трущихся поверхностей.

Сила трения скольжения – составляющая полной реакции для трущихся тел, лежащая в общей касательной плоскости к поверхностям контакта и направленная в сторону, противоположную их относительному смещению. Величину силы трения скольжения определяют по формуле (7.1), в которой коэффициент трения покоя f_0 заменяют на коэффициент трения скольжения f_c

$$F_{\text{т}} = f_{\text{с}} F^n. \tag{7.2}$$

Коэффициент трения скольжения меньше коэффициента трения покоя, т.е. $f_{\text{с}} < f_0$ Значения коэффициента трения скольжения для большинства металлов находятся в пределах от 0,1..0,3.

При качении одного тела относительно другого силу трения качения определяют по формуле

$$F_{\text{т}} = f_{\text{к}} F^n, \tag{7.3}$$

где $f_{\text{к}}$ – коэффициент трения качения, мм. Его значения для различных металлов $f_{\text{к}}$= (0,005..0,015) мм.

7.3. Силы трения в кинематических парах

Трение в поступательной кинематической паре. Рассмотрим движение тела i относительно тела j под действием внешней силы F, приложенной к телу i под углом α общей нормали $n-n$. Перемещаем эту силу по линии её действия и приложим в

точке 0 контакта тел. В этой точке возникает нормальная сила $F_{ij}^{n} = F\cos\alpha$, действующая со стороны тела j на тело i, и касательная сила (рис. 7.1):

$$F_{ij}^{\tau} = F\sin\alpha. \qquad (7.4)$$

Эта сила вызывает перемещение тела i со скоростью v_i.

Наличие трения изменяет величину и направление действующих сил. Нормальная сила F_{ij}^{n} взаимодействия двух соприкасающихся тел, отклоняется от общей нормали к их поверхности на угол трения φ

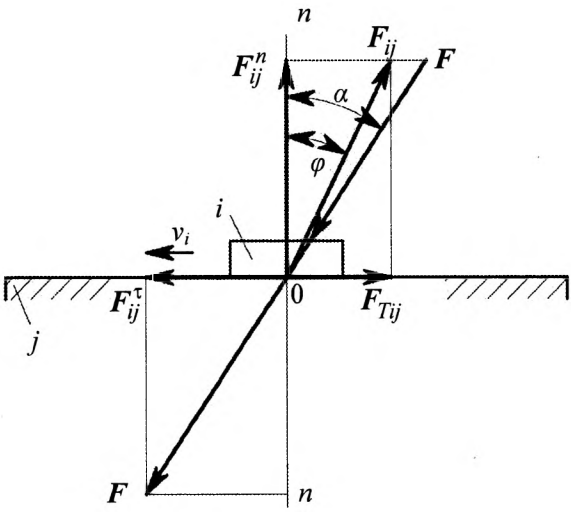


Рис 7.1.

В этом случае возникает сила трения:

$$F_{\tau ij} = fF_{ij}^{n} = fF_{ij}\cos\varphi. \qquad (7.5)$$

Она направлена в противоположную сторону по отношению к направлению движения тела i. При этом тангенс угла трения равен

$$tg\ \varphi = \frac{F_{\tau ij}}{F_{ij}^{n}} = f\,. \tag{7.6}$$

При малых значениях коэффициента трения:

$$\varphi \approx f\,. \tag{7.7}$$

Для осуществления движения тела i необходимо соблюдение условия:

$$F_{ij}^{\tau} \geq F_{\tau ij}\,. \tag{7.8}$$

С учётом зависимостей (7.4) и (7.5):

$$F\ sin\ \alpha \geq fF_{ij}\cos\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} F_{ij}\cos\varphi = F_{ij}\sin\varphi \tag{7.9}$$

или

$$\sin\alpha \geq \frac{F_{ij}}{F}\sin\varphi\,.$$

Но отношение

$$\frac{F_{ij}}{F} \approx 1.$$

Следовательно,

$$\sin\alpha \geq \sin\varphi\,.$$

Откуда следует:

$$\alpha \geq \varphi. \tag{7.10}$$

При $\alpha > \varphi$ движение ускоренное, при $\alpha = \varphi$ движение равномерное, при $\alpha < \varphi$ движение замедленное или тело i остаётся неподвижным.

Трение во вращательной кинематической паре. Рассмотрим вращательную кинематическую пару к звену i которой приложены вращающий момент M_i внешняя сила $\boldsymbol{F}_i$ В точке касания звеньев возникает нормальная составляющая реакции $\boldsymbol{F}_{ij}^n$, проходящая через центры O_i O_j элементов пары (рис. 7.2)

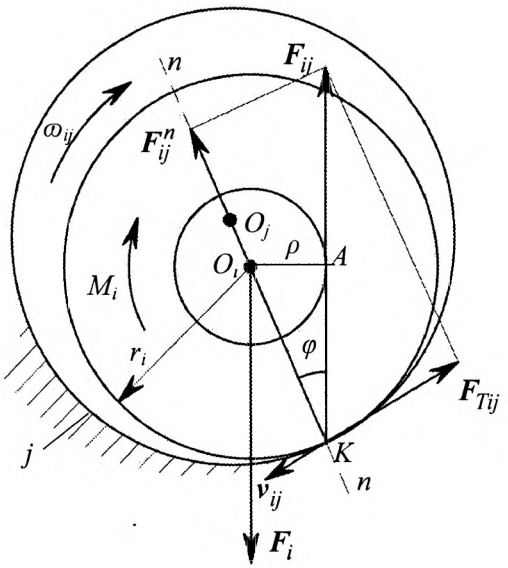


Рис. 7.2

Наличие трения в кинематической паре приводит к тому, что сила взаимодействия $\boldsymbol{F}_{ij}^n$ отклоняется от нормали n-n на угол

трения φ (на рис. 7.2. эта сила обозначена $\boldsymbol{F}_{ij}$ и представляет собой полную реакцию) и проходит по касательной к окружности, центр которой совпадает с центром звена i и радиус которой равен

$$\rho = r_i sin\varphi, \tag{7.11}$$

где r_i – радиус звена i (цапфы) кинематической пары. Так как угол трения обычно не превосходит 6..7°, то

$$sin\varphi \approx \mathrm{tg}\varphi = f. \tag{7.12}$$

Поэтому принимают

$$\rho = r_i f. \tag{7.13}$$

Величина ρ для данной вращательной пары является константой, не зависящей от сил, действующих на звено i.

Круг радиуса ρ *с центром в точке* O_i *называют кругом трения, а величину* ρ *– радиусом круга трения.*

Возникшую при этом силу трения $\boldsymbol{F}_{Tij}$, направленную по касательной к телам в точке их соприкосновения, находят из условия равновесия звена i:

$$M_i = M_T = F_{Tij} r_i = F_{ij}\rho = F_{ij} r_i f. \tag{7.14}$$

Откуда сила трения равна

$$F_{Tij} = \frac{M_i}{r_i}. \tag{7.15}$$

Сила взаимодействия двух тел при наличии трения:

$$F_{ij} = \frac{M_i}{\rho} = \frac{M_i}{r_i f}. \tag{7.16}$$

Трение в высшей кинематической паре. В высшей кинематической паре осуществляется два относительных движения: звенья i и j могут скользить ($\boldsymbol{v}_{ij}$) и перекатываться ($\boldsymbol{\omega}_{ij}$) друг по другу. Поэтому трение в высшей паре является сложным, состоящим из трения скольжения и трения качения. Так как коэффициент трения качения $f_к$ значительно меньше коэффициента трения скольжения f, т.е. $f_к < f$, то и момент трения качения будет меньше момента трения скольжения. Поэтому в большинстве случаев при расчёте высших кинематических пар трением качения пренебрегают.

Трение скольжения в высших кинематических парах рассчитывают аналогично расчёту трения скольжения в низших кинематических парах.

На рис. 7.3 изображена схема взаимодействия двух элементов высшей кинематической пары. Звено i совершает движение относительно звена j с угловой скоростью ω_{ij}. В точке контакта тел возникает нормальная реакция $\boldsymbol{F}_{ij}$. В точке контакта тел возникает нормальная реакция $\boldsymbol{F}_{ij}^{n}$.Из-за наличия трения скольжения она отклоняется на угол трения φ, равный

$$\varphi = arctg\, f. \qquad (7.17)$$

Рис 7.3

При этом возникает сила трения $\boldsymbol{F}_{Tij}$, направленная по касательной к телам в точке их соприкосновения.

Из условия равновесия тела i, определяют силу трения:

$$F_{Tij} = \frac{M_i}{r_i}, \tag{7.18}$$

где r_i – радиус кривизны тела i.

При этом момент трения будет равен

$$M_T = F_{Tij} r_i. \tag{7.19}$$

7.4. Виды изнашивания соприкасающихся тел

При относительном движении соприкасающихся тел с трением возникает их *изнашивание* – процесс поверхностного разрушения и изменения размеров и формы тел, вследствие отделения материала с их поверхностей и (или) накопления необратимых остаточных деформаций поверхностных слоёв.

Результат изнашивания, определяемый в единицах длины, объема, массы, представляет собой *износ.*

Различают три стадии процесса изнашивания: *приработка*, *установившийся процесс изнашивания* и *лавинный, катастрофический износ*, отличающийся высокой интенсивностью изнашивания.

Действующие при изнашивании процессы можно представить в виде трех групп изнашивания (виды изнашивания) [11].

Механическое изнашивание – механическое разрушение трущихся поверхностей в результате механического взаимодействия трущихся тел. Оно включает в себя:

- *абразивное изнашивание* – разрушение трущихся поверхностей, возникающего в результате царапающего действия твердых тел и частиц. На контактирующих поверхностях возникают риски, канавки, царапины.

• *усталостное изнашивание* – поверхностное разрушение трущихся поверхностей под действием циклически изменяющихся контактных напряжений и неоднократного деформирования микрообъемов материала. В результате возникают ямки выкрашивания (питтинг), трещины, осповидное изнашивание, отслаивание.

• *изнашивание при фреттинг-коррозии* – поверхностное разрушение трущихся тел, возникающее при малых колебаниях, циклических, возвратно-поступательных перемещениях с малыми амплитудами и проскальзывании соприкасающихся поверхностей. При фреттинг-коррозии повышается шероховатость, образуются натиры, налипания, каверны, микротрещины.

• *эрозионное изнашивание* – поверхностное разрушение трущихся тел в результате воздействия на контактирующие поверхности потока жидкости, газа, твердых частиц. Результатом эрозионного изнашивания являются неровности и огрубления поверхности, частичное оплавление места контакта, вызванное энергией, выделяющейся в момент соударения частиц с поверхностями.

• *изнашивание при заедании* – поверхностное разрушение трущихся тел в результате схватывания, глубинного вырывания материала, переноса его с одной трущейся поверхности на другую. При этом возникают глубокие бороздки, вырывы, наросты, риски, оплавления. Изнашивание при заедании может иметь лавинный, катастрофический характер и привести к полному выходу узла трения из строя.

Молекулярно-механическое изнашивание – разрушение трущихся поверхностей в результате одновременного взаимодействия механических и молекулярных и (или) атомных сил.

К этому виду изнашивания относят адгезионное изнашивание – подповерхностное разрушение трущихся поверхностей под воздействием межповерхностных сил, молекулярного сцепления на поверхности раздела, образования адгезионных связей (слипания соприкасающихся поверхностей разнородных твердых тел) между контактирующими поверхностями. Результатом этого изнашивания является подповерхностное разрушение трущихся тел, появление заедания, возникновение «холодной сварки».

Коррозионно-механическое изнашивание – поверхностное разрушение трущихся поверхностей в результате их одновременного механического и химического взаимодействия с окружающей средой. На контактирующих поверхностях возникают плёнки, частицы материалов, продукты реакций взаимодействия кислорода и металла.

Взаимосвязь между указанными видами изнашивания представлена на рис. 7.4 [15]

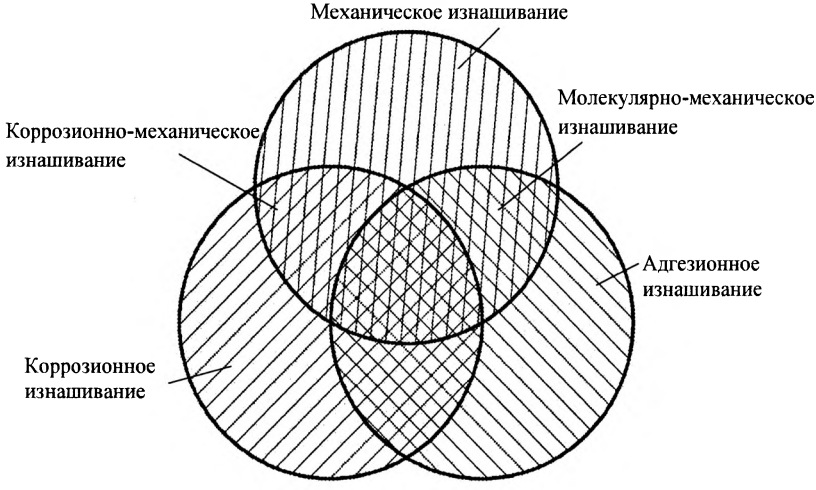


рис 7.4

На интенсивность изнашивания оказывают влияние:

- шероховатость и волнистость поверхностей контакта;
- коэффициент трения;
- скорость относительного движения поверхностей;
- время работы узла трения;
- давление на поверхности трения;
- прочность материалов контактирующих поверхностей;
- упругие свойства контактирующих материалов.

7.5. Расчёт износа

Рассчитать величину износа очень сложно, так как он зависит от многих факторов: скорости относительного движения, вида деформации (упругая, пластическая, упругопластическая), механических свойств соприкасающихся тел, температуры, и др.

Поэтому расчёт износа проводят по *скорости изнашивания*, $\frac{\text{мкм}}{\text{ч}}$,

$$\gamma_h = \frac{dИ_h}{dt} = \frac{\Delta И_h}{\Delta t}\left(\frac{\text{мкм}}{\text{ч}}\right) \tag{7.20}$$

и *интенсивности изнашивания* [15]:

линейной, $\frac{\text{мкм}}{\text{км}}$,

$$J_h = \frac{И_h}{S}; \tag{7.21}$$

массовой, $\frac{\text{г}}{\text{м}}$,

$$J_m = \frac{И_m}{S}; \tag{7.22}$$

объёмной, $\frac{\text{мм}^3}{\text{м}}$,

$$J_v = \frac{И_v}{S}, \tag{7.23}$$

где $И_h$ – линейный износ в направлении, нормальном к поверхности трения, мкм; $И_m$ – износ по массе, г; $И_v$ – объёмный износ, мм^3; S – путь трения, км; Δt – промежуток времени, в течение которого произошёл износ, ч.

Линейный износ определяют в виде, мкм,

$$И_h = \int_0^t k p^m v^n dt, \tag{7.24}$$

где p – давление на поверхности трения, МПа; v – скорость относительного движения тел, $\frac{\text{м}}{\text{с}}$; t – время работы узла трения, с; k, m и n – коэффициенты, характеризующие узел трения в заданных условиях его работы. Их предельные значения: $m = 0{,}5..3{,}0$; $n = 0{,}9..1{,}2$; k – коэффициент линейного износа, принимаемый по опытным данным, $\frac{\text{мкм}}{\text{МПа} \cdot \text{км}}$.

Так как указанные коэффициенты близки к единице, то для упрощения расчётов и с некоторой погрешностью можно принять:

$$И_h = \int_0^t kpvdt = \int_0^t \gamma_h dt, \tag{7.25}$$

где γ_h – скорость изнашивания, $\frac{\text{мкм}}{\text{ч}}$,

$$\gamma_h = kpv. \tag{7.26}$$

При упругопластическом взаимодействии тел (подшипники скольжения, направляющие, ходовые винты), а также при упругом деформировании (зубчатые колёса) принимают $\gamma_h = (2..4)10^{-4} \frac{\text{мкм}}{\text{ч}}$.

Линейную интенсивность изнашивания можно принять:
для неприработанных поверхностей

$$J_h \approx p^{(1{,}4..3{,}0)}, \tag{7.27}$$

для приработанных поверхностей

$$J_h \approx p. \tag{7.28}$$

Диапазон изменения линейной интенсивности изнашивания материалов в различных узлах трения находится в пределах

$J_h = (10^{-3}...10^{-13})\frac{\text{мкм}}{\text{км}}$. Для узлов трения механизмов мехатронных устройств и роботов можно принимать $J_h = 10^{-10}\frac{\text{мкм}}{\text{км}}$.

7.6. Расчёт ресурса

Цилиндрические подшипники скольжения. Ресурс работы подшипника скольжения при учёте изнашивания обоих трущихся элементов с интенсивностью J_h, r [11]:

$$L = \frac{[\text{И}]}{(J_{h1}S_1 + J_{h2}S_2)n}, \tag{7.29}$$

где [И] – общий допустимый износ. Если ограничена толщина h изнашиваемого слоя контактирующих элементов, то принимают $[\text{И}] = h$, если ограничивают допускаемую величину $[\Delta]$ радиального зазора, то

$$[\text{И}] = [\Delta] - \Delta, \tag{7.30}$$

где Δ – радиальный зазор, мкм; n – частота относительного вращения элементов трущихся тел, $\frac{\text{об}}{\text{мин}}$; S_1 и S_2 – пути трения за один оборот подвижного элемента, км. Их определяют из анализа подшипников скольжения.

При этом выделяют два случая:

- вращается вал и вектор внешней силы неподвижен относительно втулки (рис. 7.5, а), либо вращается втулка и вектор силы перемещается (циркулирующая нагрузка), (рис. 7.5, б):

$$S_1 = 2\pi R_2;$$
$$S_2 = 2\varphi_0 R_1, \tag{7.31}$$

где φ_0 – угол трения, рад; R_1 и R_2 – радиусы вала и втулки соответственно, км;

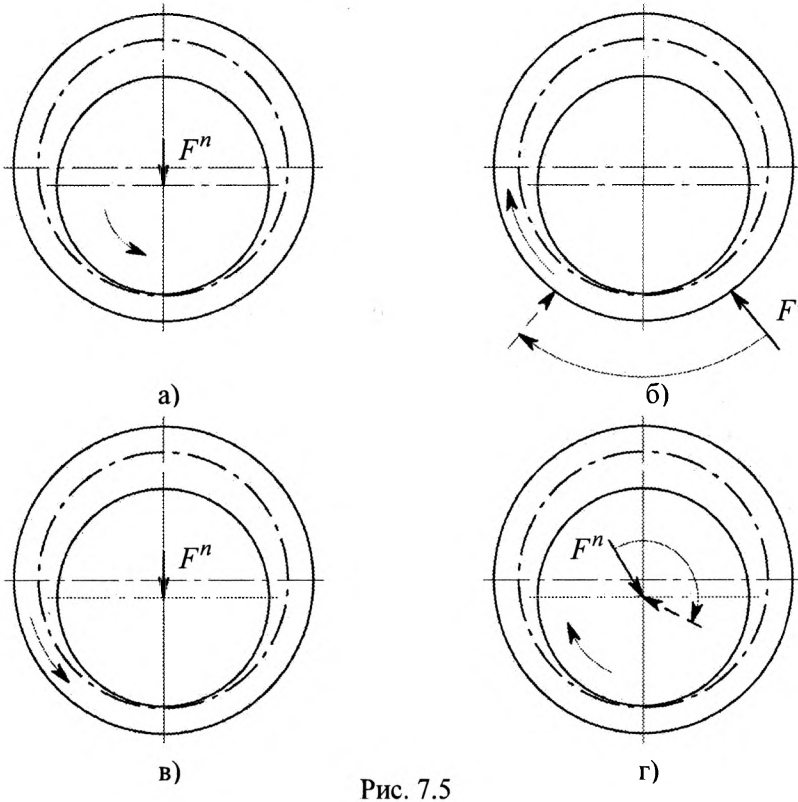


Рис. 7.5

• вращается втулка и вектор внешней силы неподвижен относительно вала (рис. 7.5, в) или вращается вал и вектор силы перемещается (циркулирующая сила (рис. 7.5, г)):

$$S_1 = 2\varphi_0 R_2;$$
$$S_2 = 2\pi R_1. \qquad (7.32)$$

Частные случаи с одним изнашивающимся элементом:

• изнашивается втулка (рис. 7.5, а, б) или изнашивается вал (рис. 7.5,в,г):

$$L = \frac{[И]}{J_h v_{ск}} 10^{-6}, \qquad (7.33)$$

где $v_{ск}$ – скорость скольжения, $\frac{м}{с}$;

• изнашивается вал (рис. 7.5,а,б) или изнашивается втулка (рис. 7.5,в,г):

$$L = \frac{\pi}{\varphi_0} \cdot \frac{[И]}{J_h v_{ск}} 10^{-6} \qquad (7.34)$$

Из сравнения полученных формул видно, что долговечность подшипника скольжения во втором случае больше, чем в первом.

При этом число оборотов подвижного элемента (вала или втулки):

$$N = \frac{[И]}{J_{h1} S_1 + J_{h2} S_2}. \qquad (7.35)$$

Цилиндрические и сферические кинематические пары. Ресурс пары скольжения в случае взаимно изнашиваемых элементов, ч [11]:

$$L = \frac{[И]}{(J_{h1} S_1 + J_{h2} S_2)\nu}, \qquad (7.36)$$

где ν – число качаний в секунду, $\frac{1}{c}$; S_1 и S_2 – пути трения за один цикл качания подвижного элемента, км.

Возможны два случая их определения:

• качается вал и вектор внешней силы неподвижен относительно втулки (рис. 7.5,а) либо качается втулка и вектор силы перемещается (циркулирующая нагрузка) (рис. 7.5, б):

$$S_1 = 2\beta R_2;$$

$$S_2 = \begin{cases} 2\beta R_1, & \text{при} 0 < \beta < 2\varphi_0; \\ 4\varphi_0 R_1, & \text{при} 2\varphi_0 \le \beta < 4\pi - 2\varphi_0, \end{cases} \tag{7.37}$$

где β – угловое перемещение (качание) подвижного элемента пары, рад (рис 7.6);

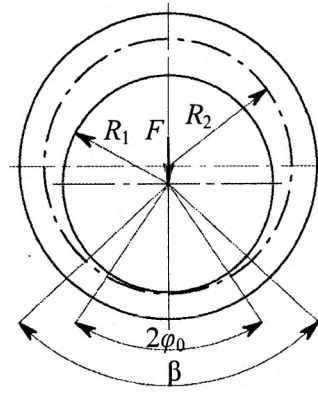


Рис. 7.6

• качается втулка и вектор внешней силы неподвижен относительно вала (рис. 7.5, в) или качается вал и вектор силы перемещается (циркулирующая сила)(рис. 7.5, г):

$$S_1 = \begin{cases} 2\beta R_1, & \text{при} 0 < \beta < 2\varphi_0; \\ 4\varphi_0 R_1, & \text{при} 2\varphi_0 \le \beta < 4\pi - 2\varphi_0; \end{cases}$$

$$S_2 = 2\beta R_2. \tag{7.38}$$

На рис.7.7 изображена циклограмма путей трения S_2 для рис.7.5, а,б и S_1 для рис.7.5.в,г.

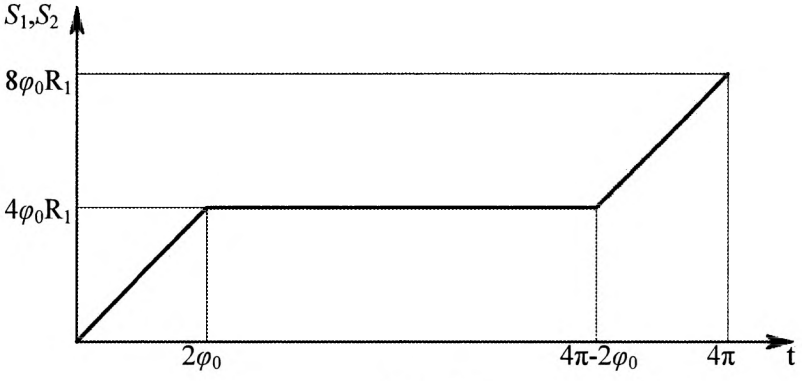


Рис. 7.7

Частные случаи определения ресурса с одним изнашивающимся элементом:

• изнашивается втулка (рис.7.5, а,в) или изнашивается вал (рис.7.5.в,г):

$$L = \frac{[И]}{J_h D_2 \beta v} 10^{-3}; \qquad (7,39)$$

$$N = \frac{[И]}{J_h D_2 \beta} 10^{-3}, \qquad (7.40)$$

где D_2 – диаметр втулки, м;

• изнашивается вал (рис.7.5,в,г) или изнашивается втулка (рис. 7.5,а,б):

при $\beta \le 2\varphi_0$

$$L = \frac{57,3[И]}{J_h D_2 \beta v} 10^{-3}; \qquad (7.41)$$

$$N = \frac{57,3[И]}{J_h D_2 \beta} 10^{-3}, \qquad (7.42)$$

при $\beta > 2\varphi_0$

$$L = \frac{[И]}{4J_h\varphi_0 R_1 \nu} 10^{-3}; \tag{7.43}$$

$$N = \frac{[И]}{4J_h\varphi_0 R_1} 10^{-3}. \tag{7.44}$$

Таким образом, полученный ожидаемый ресурс подшипников скольжения и цилиндрических кинематических пар позволяет подобрать их оптимальные параметры, материалы пары трения, вид смазочного материала, обеспечивающие требуемый ресурс.

7.7. Коэффициент полезного действия механизма

Энергия, подводимая к механизму в виде работы $A_Д$ движущих сил и моментов за цикл установившегося режима, расходуется на совершение полезной работы (на совершение работы сил и моментов полезного сопротивления) $A_П$, а также на совершение «вредной» работы (работы, связанной с преодолением сил трения в кинематических парах и сил сопротивления среды) $A_В$:

$$A_Д = A_П + A_В. \tag{7.45}$$

Отношение полезной работы к работе движущих сил и моментов за цикл установившегося движения (отношение полезной работы к затраченной) называют *механическим коэффициентом полезного действия (КПД)*. Он показывает, какая доля подведённой механической энергии $A_Д$ расходуется на совершение полезной работы $A_П$:

$$\eta = \frac{A_П}{A_Д} = \frac{A_Д - A_В}{A_Д} = 1 - \psi, \tag{7.46}$$

где ψ – *механический коэффициент потерь*

$$\psi = \frac{A_{\text{В}}}{A_{\text{Д}}} . \qquad (7.47)$$

Он указывает на то, какая доля подведенной к механизму механической энергии $A_{\text{Д}}$ расходуется на совершение «вредной» работы $A_{\text{В}}$, превращаясь при этом в теплоту и рассеиваясь в окружающем пространстве.

Коэффициент полезного действия можно выразить через средние за цикл значения соответствующих мощностей [15]:

$$\eta = \frac{P_{\text{П}}}{P_{\text{Д}}} , \qquad (7.48)$$

где $P_{\text{П}}$ – полезная мощность, т.е. мощность на выходном звене механизма:

$$P_{\text{П}} = M_{вых}\omega_{вых}, \qquad (7.49)$$

$$P_{\text{П}} = F_{вых}v_{вых};$$

$P_{\text{Д}}$ – подведенная к механизму мощность, т.е. мощность на входном звене механизма:

$$P_{\text{Д}} = M_{вх}\omega_{\text{вх}}, \qquad (7.50)$$

$$P_{\text{Д}} = F_{вх}v_{\text{вх}};$$

После подстановки в зависимость (7.46), получим:

$$\eta = \frac{M_{вых}}{M_{вх}U} = \frac{F_{вых}}{F_{вх}U} = \frac{M_{вых}}{F_{вх}U} = \frac{F_{вых}}{M_{вх}U}, \qquad (7.51)$$

где U – передаточное отношение.

$$U = \frac{\omega_{вх}}{\omega_{вых}} = \frac{v_{вх}}{v_{вых}} = \frac{\omega_{вх}}{v_{вых}} = \frac{v_{вх}}{\omega_{вых}}. \qquad (7.52)$$

В случае отсутствия полезной нагрузки ($A_{\Pi} = 0$) режим движения называют *холостым ходом.* Для него

$$\eta_{xx} = 0 \text{ и } \psi_{xx} = 1,$$

так как вся подводимая к механизму энергия в этом случае тратится только на преодоление его собственных потерь.

Таким образом, коэффициент полезного действия и коэффициент потерь находятся в следующих пределах:

$$0 \le \eta < 1 \text{ и } 0 < \psi \le 1.$$

Отметим, что коэффициент полезного действия и коэффициент потерь определяют только тогда, когда механизм находится в установившемся движении. Если движение является периодически изменяющимся, то они представляют собой средние за цикл энергетические характеристики механизма.

Если коэффициент полезного действия стал меньше нуля $\eta_c < 0$, то это указывает на то, что механизм в состоянии самоторможения, обусловленного наличием трения, т.е. механизм неподвижен и силы никакой работы не совершают. Абсолютная величина η_c характеризует «надёжность» самоторможения.

Общий коэффициент полезного действия последовательно соединенных n механизмов равен произведению КПД отдельных механизмов

$$\eta = \prod_{i=1}^{n} \eta_i. \qquad (7.53)$$

Глава 8
КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ТОЧНОСТЬ МЕХАТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

Кинематическую точность мехатронного устройства оценивают погрешностью позиционирования его выходного звена, т.е. отключением положения выходного звена от значения, заданного управляющей программой. Основными причинами возникновения погрешности позиционирования мехатронного устройства являются погрешности ввода обобщенных координат и первичные ошибки.

8.1. Погрешности обобщенных координат и первичные ошибки

Управляемое движение мехатронного устройства осуществляется от системы управления при помощи автономных двигателей, которые задают движение одному или нескольким звеньям. Так как система управления и двигатели работают с погрешностью, то и действительные движения звеньев отличаются от расчетных.

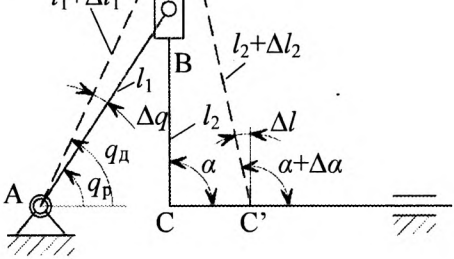


Рис. 8.1

Разность между действительными $q_д$ и расчетными $q_р$ значениями обобщенной координаты, вызванная погрешностью работы системы управления и двигателя, представляет собой погрешность обобщенной координаты Δq (рис. 8.1).

Первичные ошибки – это отклонения линейных Δl и угловых $\Delta\alpha$ размеров

от номинальных значений (рис. 8.1). Они возникают при изготовлении деталей звеньев (технологические первичные ошибки) и в процессе эксплуатации мехатронного устройства (температурные, силовые и износные). В результате наличия этих ошибок фактические размеры звеньев отличаются от идеальных, на основании которых составлены расчетные алгоритмы и действительное положение выходного звена отличается от расчетного.

Решающую роль в образовании первичных ошибок играют технологические первичные ошибки. На величину первичных ошибок имеются специальные стандарты, ограничивающие их максимальные значения (табл. 8.1 и 8.2).

Таблица 8.1

Допуски углов (ГОСТ 8908-81)

Интервал длин ℓ, мм		Степени точности									
св.	до	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
–	10	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′	16′	26′	40′	60′
10	16	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′	12′	20′	32′	50′
16	25	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′	16′	26′	40′
25	40	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′	12′	20′	32′
40	63	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′	16′	26′
63	100	20″	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′	12′	20′
100	160	16″	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′	16′
160	250	12″	20″	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′	12′
250	400	10″	16″	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′	10′
400	630	8″	12″	20″	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′	8′
630	1000	6″	10″	16″	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′	6′
1000	1600	5″	8″	12″	20″	32″	50″	1′20″	2′	3′	5′
1600	2500	4″	6″	10″	16″	26″	40″	1′	1′40″	2′30″	4′

Первичные ошибки делят на систематические и случайные, скалярные и векторные.

Систематическими называют ошибки, которые во всех деталях данной партии остаются постоянными. Причины их возникновения могут быть обнаружены и устранены.

Таблица 8.2

Допуски линейных размеров (ГОСТ 25346-82)

Интервал размеров, мм		Квалитет															
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
св.	до	Допуск 1Т, мкм															
1	3	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	100	140	250	400	600	1000
3	6	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	120	180	300	480	750	1200
6	10	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	150	220	360	580	900	1500
10	18	2,0	3,0	5	8	11	18	27	43	70	110	180	270	430	700	1100	1800
18	30	2,5	4,0	6	9	13	21	33	52	84	130	210	330	520	840	1300	2100
30	50	2,5	4,0	7	11	16	25	39	62	100	160	250	390	620	1000	1600	2500
50	80	3,0	5,0	8	13	19	30	46	74	120	190	300	460	740	1200	1900	3000
80	120	4,0	6,0	10	15	22	35	54	87	140	220	350	540	870	1400	2200	3500
120	180	5,0	8,0	12	18	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1600	2500	4000
180	250	7,0	10	14	20	29	46	72	115	185	290	460	720	1150	1850	2900	4600
250	315	8,0	12	16	23	32	52	81	130	210	320	520	810	1300	2100	3200	5200
315	400	9,0	13	18	25	36	57	89	140	230	360	570	890	1400	2300	3600	5700
400	500	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630	970	1550	2500	4000	6300
500	630	11	16	22	30	44	70	110	175	280	440	700	1100	1750	2800	4400	7000
630	800	13	18	25	35	50	80	125	200	320	500	800	1250	2000	3200	5000	8000
800	1000	15	21	29	40	56	90	140	230	360	560	900	1400	2300	3600	5600	9000
1000	1250	18	24	34	46	66	105	165	260	420	660	1050	1650	2600	4200	6600	10500
1250	1600	21	29	40	54	78	125	195	310	500	780	1250	1950	3100	5000	7800	12500
1600	2000	25	35	48	65	92	150	230	370	600	920	1500	2300	3700	6000	9200	15000

Случайными называют ошибки, которые во всех деталях данной партии имеют различные значения. Они возникают при действии многочисленных, не поддающихся учету причин, связанных с оборудованием, инструментом, качеством материала, состоянием внешней среды и квалификацией рабочего. Под влиянием этих факторов происходит рассеивание действительных размеров относительно номинальных.

Скалярные первичные ошибки относят к параметрам звена, имеющим определенное номинальное значение (например, ошибка размера звена). В конкретном экземпляре партии одинаковых механизмов каждая скалярная ошибка имеет вполне определенное значение, знак и направление. Во всей партии та же ошибка случайна, так как ее значение изменяется в пределах допуска от одного экземпляра к другому.

Векторные первичные ошибки относят к нулевым параметрам механизмов, т.е. к параметрам, номинальные значения которых равны нулю (например, эксцентриситет). Они характеризуются модулем и направлением и всегда случайны, так как их направления становятся известными только после образования механизма.

8.2 Кинематическая точность мехатронного устройства

При работе мехатронного устройства ввиду наличия отклонений линейных и угловых размеров звеньев от номинальных (первичные ошибки) и погрешностей ввода обобщённых координат, отработка заданной функции положения выходного звена осуществляется с некоторой погрешностью.

Запишем функцию положения выходного звена 3 теоретической схемы (на рис. 8.2 схема изображена пунктирной линией) механизма мехатронного устройства, состоящего из m функциональных звеньев и n степеней подвижности (рис. 8.2):

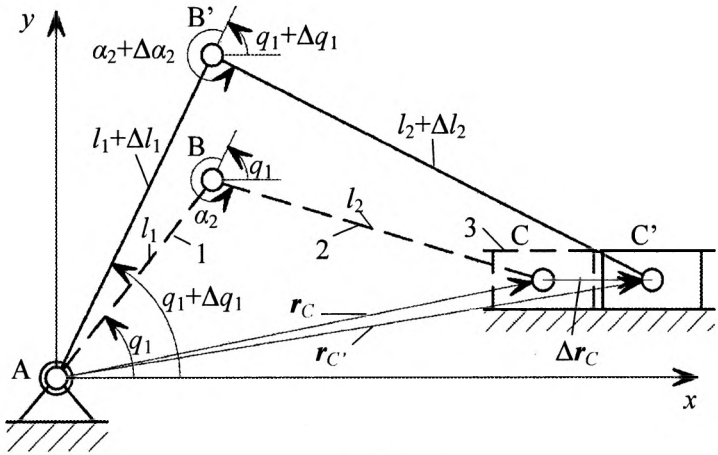


Рис. 8.2

$$\boldsymbol{r}_c = \boldsymbol{r}_c\left(l_i q_j\right), \qquad i = 1,2\ldots,m;\ j = 1,2\ldots,n \quad (8.1)$$

где $\boldsymbol{r}_c$ – радиус-вектор точки C выходного звена теоретической схемы механизма; мм; l_i – длина i-го звена, мм; q_j – обобщённая координата j-й степени подвижности, рад – это угол между продолжением вектора предыдущего звена и направлением вектора последующего звена.

Функция положения выходного звена реального механизма при наличии ошибок длин звеньев и погрешностей обобщённых координат (на рис. 8.2 схема изображена основной линией) имеет вид:

$$\boldsymbol{r}_{c'} = \boldsymbol{r}_c + \Delta\boldsymbol{r}_c = \boldsymbol{r}_{c'}(l_i + \Delta l_i \quad q_j + \Delta q_j), \qquad (8.2)$$

где $\boldsymbol{r}_{c'}$ – радиус-вектор точки C' выходного звена реального механизма мехатронного устройства, мм; Δl_i – ошибка длины i-го звена, мм; Δq_j – погрешность j-й обобщённой координаты, рад.

Разложим функцию положения реального механизма (8.2) в ряд Тейлора:

$$\boldsymbol{r}_{c'} = \boldsymbol{r}_c + \Delta\boldsymbol{r}_c = \boldsymbol{r}_c + \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \boldsymbol{r}_c}{\partial l_i} \Delta l_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \boldsymbol{r}_c}{\partial q_j} \Delta q_j . \qquad (8.3)$$

Если вычесть из функции (8.3) функцию (8.1), то получим вектор погрешности позиционирования механизма мехатронного устройства:

$$\Delta\boldsymbol{r}_c = \boldsymbol{r}_{c'} - \boldsymbol{r}_c = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial \boldsymbol{r}_c}{\partial l_i} \Delta l_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \boldsymbol{r}_c}{\partial q_j} \Delta q_j . \qquad (8.4)$$

Проецируя вектор погрешности положения выходного звена мехатронного устройства на координатные оси x, y и z, получим погрешности позиционирования вдоль этих осей:

$$\begin{aligned}
\Delta x_c &= \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial x_c}{\partial l_i} \Delta l_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial x_c}{\partial q_j} \Delta q_j ; \\
\Delta y_c &= \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial y_c}{\partial l_i} \Delta l_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial y_c}{\partial q_j} \Delta q_j ; \\
\Delta z_c &= \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial z_c}{\partial l_i} \Delta l_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial z_c}{\partial q_j} \Delta q_j .
\end{aligned} \qquad (8.5)$$

Модуль погрешности позиционирования выходного звена равен, мм:

$$|\Delta\boldsymbol{r}_c| = \sqrt{\Delta x_c^2 + \Delta y_c^2 + \Delta z_c^2} . \qquad (8.6)$$

Определим погрешность позиционирования точки C ползуна кривошипно-ползунного механизма, если известны длины звеньев l_1 и l_2, погрешности длин звеньев Δl_1 и Δl_2, обобщенная координата q_1 и ее погрешность Δq_1 (рис. 8.3).

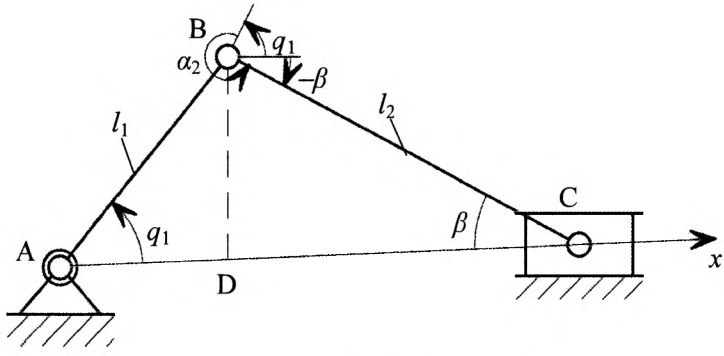


Рис. 8.3

Запишем функцию положения точки C:

$$x_C = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + \alpha_2).$$

Но

$$(q_1 + \alpha_2) = -\beta.$$

Из треугольника BCD найдем:

$$\sin\beta = \frac{l_1 \sin q_1}{l_2};$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{l_1^2}{l_2^2}\sin^2 q_1} = \frac{1}{l_2}\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}.$$

Тогда координату точки C можно записать в виде:

$$x_C = l_1 \cos q_1 + \sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}.$$

Продифференцируем полученную функцию положения точки C по l_1, l_2 и q_1:

$$\frac{\partial x_C}{\partial l_1} = \cos q_1 - \frac{l_1 \sin^2 q_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}};$$

$$\frac{\partial x_C}{\partial l_2} = \frac{l_2}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}};$$

$$\frac{\partial x_C}{\partial q_1} = -l_1 \sin q_1 - \frac{l_1^2 \sin q_1 \cos q_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}}.$$

Определяем погрешность позиционирования точки С:

$$\Delta x_C = \frac{\partial x_C}{\partial l_1}\Delta l_1 + \frac{\partial x_C}{\partial l_2}\Delta l_2 + \frac{\partial x_C}{\partial q_1}\Delta q_1 = \left(\cos q_1 - \frac{l_1 \sin^2 q_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}}\right)\Delta l_1 +$$

$$+ \frac{l_2}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}}\Delta l_2 - \left(l_1 \sin q_1 + \frac{l_1^2 \sin q_1 \cos q_1}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 q_1}}\right)\Delta q_1.$$

Зададим значения параметрам механизма:

l_1=0,2 м; l_2=0,346 м; q_1=60°; $\Delta l_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ м; $\Delta l_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м; $\Delta q_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ рад.

Вычисляем погрешность положения точки С:

$$\Delta x_C = \left(\cos 60° - \frac{0{,}2 \sin^2 60}{\sqrt{0{,}346^2 - 0{,}2^2 \sin^2 60}}\right)1 \cdot 10^{-3} +$$

$$\frac{0{,}346 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{0{,}346^2 - 0{,}2^2 \sin^2 60}} - \left(0{,}2 \sin 60 + \frac{0{,}2^2 \sin 60 \cos 60}{\sqrt{0{,}346^2 - 0{,}2^2 \sin^2 60}}\right)1 \cdot 10^{-3} =$$

$$= \left(0{,}5 - \frac{0{,}15}{0{,}3}\right)1 \cdot 10^{-3} + 1{,}73 \cdot 1 \cdot 10^{-3} - (0{,}173 + 0{,}0577)1 \cdot 10^{-3} =$$

$$= -1{,}96 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Точка C смещается к точке A приблизительно на 2 мм.

Определим погрешность позиционирования точки D разомкнутой кинематической цепи, если известны длины звеньев l_1, l_2 и l_3, погрешности длин звеньев Δl_1, Δl_2 и Δl_3, обобщенные координаты q_1, q_2 и q_3, погрешности обобщенных координат Δq_1, Δq_2 и Δq_3 (рис. 8.4).

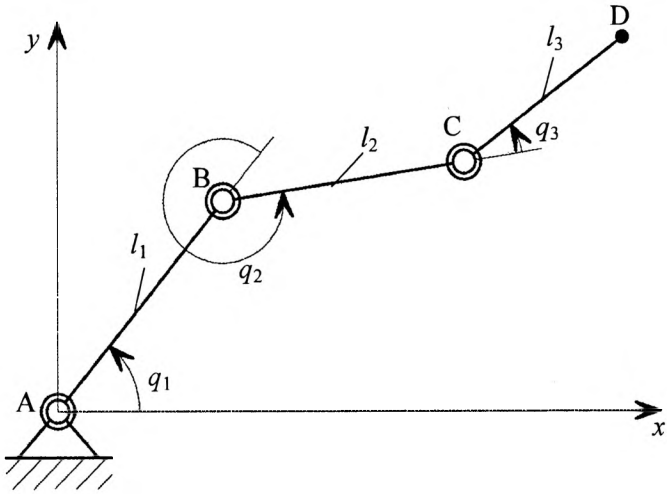


Рис. 8.4

Запишем проекции точки D на оси координат:

$$x = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3);$$

$$y = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3).$$

Найдем частные производные:
по длинам звеньев

$$\frac{\partial x_D}{\partial l_1} = \cos q_1;$$

$$\frac{\partial x_D}{\partial l_2} = \cos(q_1 + q_2);$$

$$\frac{\partial x_D}{\partial l_3} = \cos(q_1 + q_2 + q_3).$$

$$\frac{\partial y_D}{\partial l_1} = \sin q_1;$$

$$\frac{\partial y_D}{\partial l_2} = \sin(q_1 + q_2);$$

$$\frac{\partial y_D}{\partial l_3} = \sin(q_1 + q_2 + q_3).$$

по обобщенным координатам

$$\frac{\partial x_D}{\partial q_1} = -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) - l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3);$$

$$\frac{\partial x_D}{\partial q_2} = -l_2 \sin(q_1 + q_2) - l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3);$$

$$\frac{\partial x_D}{\partial q_3} = -l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3);$$

$$\frac{\partial y_D}{\partial q_1} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3);$$

$$\frac{\partial y_D}{\partial q_2} = l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3);$$

$$\frac{\partial y_D}{\partial q_3} = l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3).$$

Определяем погрешность позиционирования точки D по координатным осям:

$$\Delta x_D = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial x_D}{\partial l_i} \Delta l_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial x_D}{\partial q_j} \Delta q_j =$$
$$= \cos q_1 \Delta l_1 + \cos(q_1 + q_2)\Delta l_2 + \cos(q_1 + q_2 + q_3)\Delta l_3 -$$
$$-[l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)]\Delta q_1 -$$
$$-[l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)]\Delta q_2 - l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)\Delta q_3.$$

$$\Delta y_D = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial y_D}{\partial l_i} \Delta l_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial y_D}{\partial q_j} \Delta q_j =$$
$$= \sin q_1 \Delta l_1 + \sin(q_1 + q_2)\Delta l_2 + \sin(q_1 + q_2 + q_3)\Delta l_3 +$$
$$+[l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)]\Delta q_1 +$$
$$+[l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)]\Delta q_2 + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)\Delta q_3.$$

Модуль погрешности позиционирования точки D:

$$\Delta r_D = \sqrt{(\Delta x_D)^2 + (\Delta y_D)^2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука, 1967.

2. Бродовский В.Н., Баранов М.В., Илюхин Ю.В. Мехатронный приводной модуль поступательного перемещения для технологических машин // Мехатроника, 2000, №4.

3. Востриков А.С., Боченков Б.М. Опыт разработки мехатронных систем в НГТУ // Мехатроника, 2000, №5.

4. Государственный образовательный стандарт по направлению подготовки дипломированного специалиста 652000 – мехатроника и робототехника, 2001 г.

5. Егоров О.Д. Структурный анализ исполнительных устройств роботов // Мехатроника, автоматизация, управление, 2008, №7.

6. Егоров О.Д. Структурный анализ рычажных механизмов // Технология машиностроения, 2012, №4.

7. Егоров О.Д. Конструирование механизмов роботов. Учебник / О.Д.Егоров. – М.: Абрис, 2012.

8. Егоров О.Д., Подураев Ю.В. Расчет и конструирование мехатронных модулей: учебное пособие / О.Д. Егоров, Ю.В. Подураев. – М.: ГОУ ВПО МГТУ "Станкин", 2012.

9. Каталог продукции. Мотор-редукторы. Редукторы. – М.: Приводная техника, 2002.

10. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979.

11. Машиностроение. Энциклопедия / Ред. совет: К.В. Фролов (пред.) и др. – М.: Машиностроение.

Детали машин. Конструкционная прочность. Трение, износ, смазка. Т /V-1/ Д.Н. Решетов, А.П. Гусенков, Ю.Н. Дроздов и др.; под ред. Д.Н. Решетова, 1995.

12. Механика машин: Учеб. пособие для втузов / И.И. Вульфсон, М.Л. Ерихов, М.З. Коловский и др.; Под ред. Г.А. Смирнова. – М.: Высш. шк., 1996.

13. Номенклатурный каталог. Редукторы и мотор-редукторы. – С. – Петербург.: Изд-во НТЦ "Редуктор", 2002.

14. Подураев Ю.В. Мехатроника: основы, методы, применение. Учеб пособие. – М.: Машиностроение, 2008.

15. Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова. -М.: Высшая школа, 1987.

Учебное издание

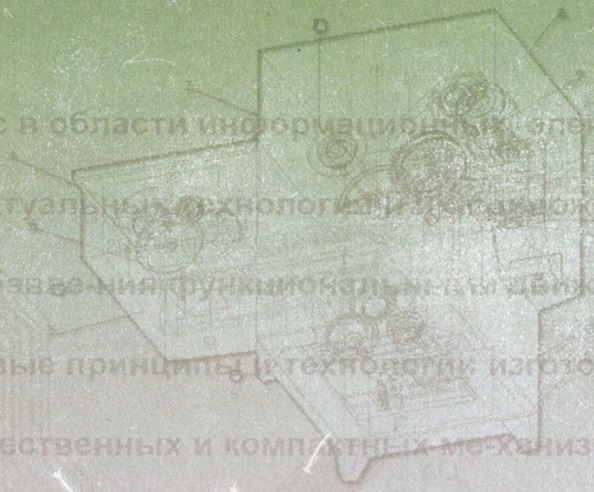
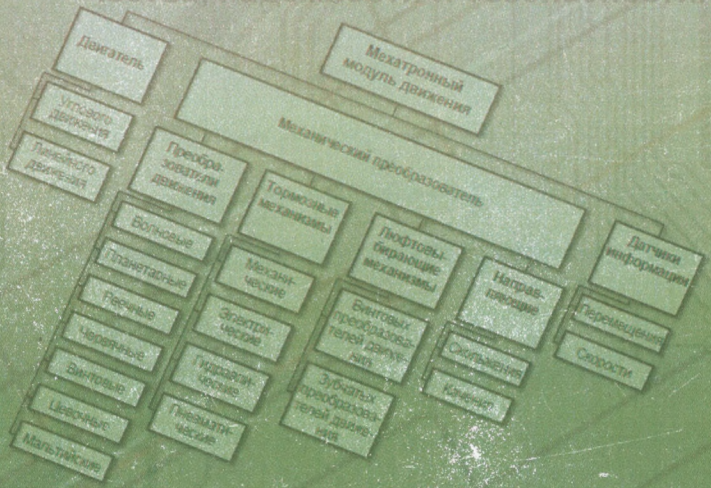
Егоров Олег Дмитриевич

Прикладная механика мехатронных устройств

Учебное пособие

Подписано в печать 09.01.2013
Формат 60× 90 1/16. Бумага 80 г.
Усл. печ. л. 14,5. Тираж 130 экз. Заказ 38.

Отпечатано в Издательском центре
ФГБОУ ВПО Московский государственный
технологический университет ‹‹СТАНКИН››
127055, Москва, Вадковский пер., 3а
Тел.: 8(499) 973-31-93



Прогресс в области информационных, электронных и интеллектуальных технологий и их приложения к задачам управления функциональными движениями, а также новые принципы и технологии изготовления высококачественных и компактных механизмов, электронных блоков, двигателей углового и линейного движения послужили основой для создания мехатронных устройств, отвечающих современным требованиям качества, надежности и безопасности.