

Ю. В. ИЛЮХИН, Ю. В. ПОДУРАЕВ

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ
РОБОТОВ. ЛИНЕАРИЗОВАННЫЕ СИСТЕМЫ**

МОСКВА 1989

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР
Московский ордена Трудового Красного Знамени
станкоинструментальный институт

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ. ЛИНЕАРИЗОВАННЫЕ СИСТЕМЫ

Учебное пособие

МОСКВА 1989
ИЗДАТЕЛЬСТВО МПИ

Илюхин Ю. В., Подураев Ю. В.

Проектирование исполнительных систем роботов. Линеаризованные системы: Учебное пособие — М.: Издательство МПИ, 1989. — 75 с.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 21.06 «Робототехнические системы и комплексы» и слушателей спецфакультета, изучающих курсы «Исполнительные системы роботов» и «Математическое моделирование робототехнических систем».

Даны постановка задачи и методика проектирования регуляторов приводов роботов, особенности динамики исполнительных систем роботов и этапы их проектирования.

Рис. 26. Табл. 2. Библ. 10 назв.

Рецензенты:

начальник отдела НИИ радиофизики им. акад. А. А. Расплетина
к. т. н. Малышев А. Б., ученый секретарь НИИ радиофизики Швецов В. П.

И 2705020000 — ОИБ—109
184(02)—89

© Выпущено по заказу Московского станкоинструментального института.

Издательство МПИ

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 21.06 и слушателей спецфакультета переподготовки инженерных кадров, изучающих дисциплину «Исполнительные системы роботов» в соответствии с новым учебным планом, и может быть использовано при курсовом проектировании, на практических занятиях и при самостоятельной проработке соответствующих разделов курса.

В главе 1 дается постановка задачи проектирования исполнительных систем роботов. Излагаются назначение, состав и особенности исполнительных систем, основные требования к ним, цель, стадии и этапы проектирования.

В главе 2 рассматриваются математические модели манипуляционных механизмов как многосвязных объектов управления в исполнительных системах роботов. Формируются нелинейная модель, линеаризованные описания с переменными и постоянными параметрами.

В главе 3 даны варианты структур и модели многомерных исполнительных систем роботов, анализируется взаимовлияние каналов управления, вводится понятие выделенных следящих систем.

Глава 4 посвящена выбору силовых, информационных и усилительно-преобразовательных элементов, а также синтезу регуляторов исполнительных систем с учетом изменений параметров объекта управления и внешних воздействий. Рассмотрены особенности проектирования исполнительных систем с компенсирующими связями по задающим и возмущающим воздействиям. Дается методика анализа свойств спроектированной системы с помощью цифровых ЭВМ.

В приложении даны формулы для вычисления кинетической энергии манипуляционного механизма, рассмотрен пример плоского двузвенника. Приведены геометрические характеристики, массы и моменты инерции звеньев робота РМ-01, которые необходимы для составления уравнений динамики манипулятора.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ

НАЗНАЧЕНИЕ И СОСТАВ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ РОБОТА

Понятие исполнительных систем роботов можно сформулировать, рассматривая особенности обеспечения главных рабочих, двигательных функций ПР. Для этого обратимся к укрупненной схеме организации управления роботом. Системы управления роботов имеют иерархическую структуру. В настоящее время рассматривают 4 уровня иерархии: высший уровень, стратегический, тактический и исполнительный.

Задачей исполнительного уровня управления является воспроизведение заданных движений каждой степенью подвижности манипуляционного механизма.

Решение сформулированной задачи достигается с помощью комплекса исполнительных приводов, оказывающих силовое воздействие на манипуляционный механизм. Будем рассматривать следящие приводы, соответствующие требованиям современной робототехники.

Исполнительная система представляет собой комплекс приводов робота совместно с многозвенным исполнительным механизмом и общим источником энергии.

Исполнительные системы присутствуют в любом роботе, так как только они в конечном счете обеспечивают движение рабочего органа, совершают необходимые для этого процессы преобразования энергии в соответствии с заданными сигналами управления на входах исполнительного уровня системы управления робота. Таким образом, исполнительная система робота предназначена для реализации движений, запланированных на более высоких уровнях управления. Следует отметить, что динамические свойства робота определяются главным образом динамикой исполнительной

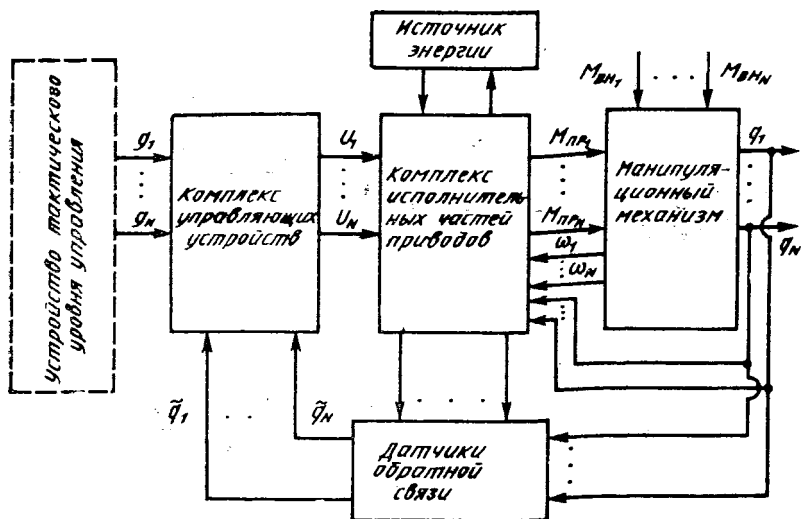


Рис. 1. Состав исполнительной системы робота

системы. Плохая исполнительная система — значит плохой робот.

Рассмотрим состав исполнительных систем роботов (рис. 1).

Количество приводов равно количеству N степеней подвижности манипуляционного механизма. На входе исполнительной системы робота задаются функции времени g_1, g_2, \dots, g_N , характеризующие желаемое изменение координат механизма q_1, q_2, \dots, q_N . Привод можно разделить на силовую часть и управляющее устройство. На вход каждого привода, точнее, на вход его силовой части, подается управляющее воздействие U_i ($i = \overline{1, N}$). В результате исполнительный двигатель развивает момент $M_{прi}$, который приводит к движению i -й степени подвижности манипуляционного механизма. Существенно наличие ОС по скорости движения управляемого звена ω_i и моментов внешних сил $M_{вн1}, \dots, M_{внN}$, являющихся возмущающими воздействиями.

Можно заметить, что исполнительная система робота — это многоканальная система, в которой можно выделить N основных каналов управления. Такой канал служит для преобразования воздействий g_i в соответствующее перемещение звена механизма q_i .

Манипуляционный механизм — это многомерный объект управления. Он имеет $2N$ входов (управляющие и возмущающие моменты) и $2N$ выходов (положения и скорости звеньев).

Силовая часть привода содержит двигатель, механическую передачу (механизм передачи движения) и силовой преобразова-

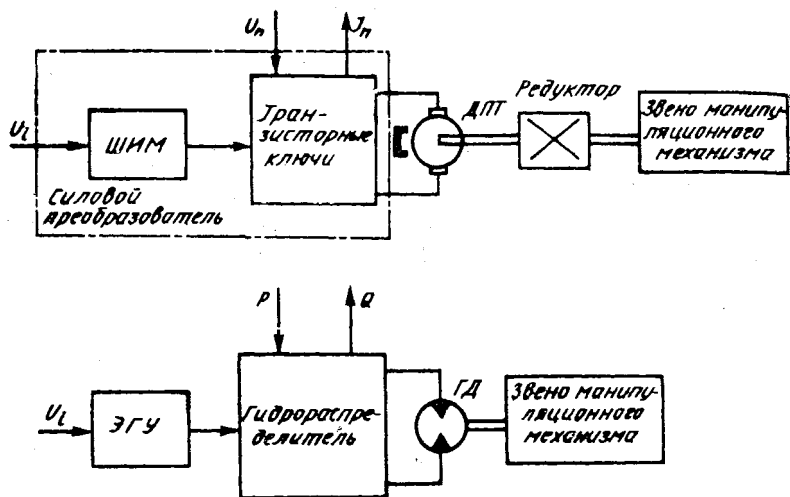


Рис. 2. Состав силовой части привода исполнительной системы

тель, например на основе ШИМ (рис. 2). Сигналы управления силовыми частями приводов U_1, \dots, U_N формируются с помощью элементов комплекса управляющих устройств в соответствии с принятым алгоритмом управления. Для следящих приводов основу этого алгоритма составляет операция выделения сигналов рассогласования в каждом канале управления:

$$\varepsilon_i = g_i - \tilde{q}_i, \quad i = \overline{1, N},$$

причем величина \tilde{q}_i формируется на выходе датчика положения i -го звена манипуляционного механизма пропорционально реальному значению координаты q_i .

Сигналы управления U_1, \dots, U_N зависят от рассогласований $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N$: $U_i = \Phi(\varepsilon_i)$, где Φ — оператор преобразований, например, $\Phi = K_{1i} + \frac{K_{2i}}{P} + K_{3i}P$. Этому соответствует сигнал:

$$U_i = K_{1i} \varepsilon_i + \int_0^t K_{2i} \varepsilon_i d\tau + K_{3i} \frac{d\varepsilon_i}{dt}.$$

Это выражение соответствует ПИД — регулятору в i -м основном канале исполнительной системы.

Многозвенный манипуляционный механизм робота является общей нагрузкой комплекса приводов, так как движения звеньев механизма динамически взаимосвязаны. В общем случае даже при отсутствии управляющих сигналов во всех приводах, кроме одного, динамические процессы в этом приводе вызывают процессы и во всех остальных приводах. Иными словами, движение одного звена обуславливает движение и других звеньев. Движение последних, в свою очередь, влияет на поведение первого звена.

Таким образом, приводы оказываются взаимосвязанными. Известно о взаимовлиянии приводов робота через манипуляционный механизм, которое обусловлено перекрестными связями между основными каналами управления исполнительной системы.

Взаимодействие приводов происходит и через общий источник энергии. В частности, при возрастании суммарного тока, потребляемого электродвигателями приводов от этого источника, напряжение питания падает. При этом уменьшаются скорость движения и максимальный развиваемый момент, а это может привести к возрастанию ошибок воспроизведения заданных движений. В результате проявляется взаимовлияние приводов через перекрестные связи, обусловленные наличием источника питания ограниченной мощности. Весьма заметно взаимовлияние гидроприводов. При большой скорости гидродвигателя, опускающего звено манипулятора, может упасть давление питания. Это вызовет функциональный отказ других приводов, неспособных уже поднимать груз.

Стремление парировать взаимодействие приводов, снизить интенсивность взаимовлияния и таким образом повысить динамическую точность воспроизведения задающих воздействий приводит часто к необходимости введения искусственных перекрестных связей между каналами в комплексе управляющих устройств.

Таким образом, исполнительная система — это многосвязная система, в которой присутствуют как естественные, так и искусственные перекрестные связи между каналами управления.

Сложная кинематическая структура манипуляционного механизма приводит к изменению параметров объекта регулирования, каким является этот механизм для приводов, и изменению внешних воздействий-возмущений на эти приводы со стороны механизма. При смене конфигурации манипулятора изменяются приведенные к двигателям моменты инерции и моменты сил, обусловленных массой звеньев и груза в схвате. Варьирование значений этих величин наблюдается и при работе робота с разными предметами, а также при отпуске груза или при его захватывании.

Поэтому исполнительная система — это система с переменными параметрами.

Изменение некоторых параметров, например приведенного момента инерции в функции от координат q_1, \dots, q_N , правильнее связывать с нелинейностью объекта управления. Кроме того, существенные нелинейности — люфты и силы сухого трения — имеют место в механических передачах в шарнирах манипуляционного механизма. Управляющие части этой системы также содержат нелинейности: насыщение, зоны нечувствительности, гистерезис. Следовательно, исполнительная система — нелинейная система.

Таким образом, можно отметить следующие отличительные особенности исполнительных систем роботов:

1. Исполнительная система — это многоканальная, многомерная система.

2. Приводы робота оказывают влияние друг на друга через единый многозвенный манипуляционный механизм и общий источник энергии. Исполнительная система — многосвязная.

3. Параметры приводов изменяются в результате изменения параметров объекта управления. Исполнительная система — система с переменными параметрами.

4. Исполнительная система содержит нелинейности, в том числе существенные: люфт, сухое трение, насыщение, зона нечувствительности. Таким образом, исполнительная система — нелинейная система.

ТРЕБОВАНИЯ К ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМ СИСТЕМАМ РОБОТОВ

Требования определяются задачей, стоящей перед исполнительной системой: воспроизведение требуемых движений в степенях подвижности робота. Рассмотрим прежде всего основные требования. Они подразделяются на требования устойчивости, точности и качества переходного процесса.

Требование устойчивости состоит в обеспечении устойчивости всего комплекса следящих приводов при изменении параметров исполнительной системы, прежде всего манипуляционного механизма с грузом, в заданном диапазоне значений. Устойчивость считается обеспеченной, если система обладает запасами устойчивости не менее допустимых. Часто рассматривают устойчивость линейризованных систем, для которых можно задавать запасы устойчивости по амплитуде ΔL (дБ) и по фазе $\Delta \varphi$ (град.).

Требования к точности формулируются по-разному в зависимости от типа системы управления робота. Для систем позиционного управления ошибка i -го привода в неподвижном состоянии (погрешность позиционирования) не должна превышать допустимого значения:

$$|\varepsilon_{ст i}| \leq \varepsilon_{ст доп i}, \quad i = \overline{1, N}.$$

Эта ошибка должна определяться с учетом влияния массы груза в схвате, массы рабочего органа и массы звеньев манипулятора. При проектировании исполнительной системы надо также учитывать погрешности датчиков обратных связей, люфты и упругости механизмов передачи движения.

Для системы контурного управления необходимо ограничить погрешность обработки траектории, т. е. динамическую ошибку привода:

$$|\varepsilon_{\Delta i}| \leq \varepsilon_{\Delta \text{ доп}}, \quad i = \overline{1, N}.$$

Динамическая ошибка рассматривается в установившемся режиме движения:

$$\varepsilon_{\Delta i} = \varepsilon(t) \quad \text{при } t > T_{\text{п}},$$

т. е. после завершения переходных процессов длительностью $T_{\text{п}}$.

Здесь также надо учитывать массу звеньев и груза, погрешности датчиков и механических передач. Большое значение приобретает взаимовлияние каналов управления и изменение параметров элементов системы.

Требования к качеству переходных процессов предъявляются и к системам позиционного, и к системам контурного управления. Особенно существенны они для систем позиционного управления, так как для них траектории движения между точками позиционирования не задаются.

Ограничивают перерегулирование $\sigma_i = \frac{q_{i \text{ max}} - q_{i \text{ уст}}}{q_{i \text{ уст}}} 100\%$.

$$\sigma_i \leq \sigma_{i \text{ доп}}.$$

Часто требуется подход к положению позиционирования без перерегулирования для исключения удара о препятствие. Тогда $\sigma_{i \text{ доп}} = 0$. Для того, чтобы удовлетворить этому требованию, принимаются специальные меры.

Ограничивают количество колебаний регулируемой переменной q_i в течение переходного процесса:

$$N_i \leq N_{i \text{ доп}}.$$

Обычно колебания не допускаются. Иногда разрешается неполное колебание (как на рис. 3) или $N_{i \text{ доп}} = 1$. Следует отметить, что исключить колебательность в переходном процессе, а для систем позиционного управления — при переходе из одной точки позиционирования в другую — непросто, так как при больших начальных рассогласованиях в приводах проявляют себя нелинейности типа «насыщение». Нужны специальные меры, превращающие каж-

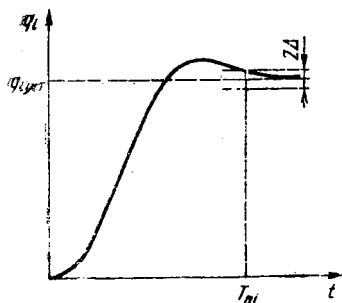


Рис. 3. График переходного процесса

дый привод в нелинейный объект с такими свойствами, чтобы подход к положению позиционирования осуществлялся с малой скоростью, достаточно плавно.

В системах контурного управления иногда можно ослабить требования к σ_i и N_i в переходном процессе, так как ступенчатые входные воздействия фактически в них не формируются, а обеспечивается плавный разгон и торможение. В современных цифровых исполнительных системах роботов тот же подход используется и для построения систем позиционного управления.

Длительность переходного процесса имеет смысл задавать только при очень малых ступенчатых воздействиях, когда исполнительную систему можно рассматривать как линейную. Тогда $T_{ni} \ll T_{пт доп}$. Переходный процесс считается закончившимся начиная с момента $t = T_n$, если в дальнейшем $|\varepsilon_i(t)| \leq \Delta \cdot |\varepsilon_i(0)|$, т. е. ошибка „вошла в трубку Δ “, где $\Delta = 0,01 \dots 0,05$. Очевидно, что время переходного процесса зависит от значения параметра Δ .

Иногда длительность переходного процесса понимают как промежуток времени от подачи входного воздействия на привод до того момента, начиная с которого ошибка не превышает допустимого уровня погрешности позиционирования.

В этом случае, а также при значительных начальных рассогласованиях время переходного процесса будет зависеть от этого начального рассогласования и уровней ограничения момента и скорости, развиваемых приводом. В результате длительность переходного процесса не может характеризоваться постоянным числом, как это имеет место при рассмотрении свойств линейных систем.

Вместе с тем требование к T_n линеаризованной системы целесообразно выполнять, так как оно все-таки отражает быстродействие исполнительной системы.

Дополнительно вводится ограничение на время разгона T_p управляемого звена до максимальной скорости (или торможения). Величина T_p тоже зависит от веса груза и конфигурации механизма, но можно обеспечить $\max T_{pi} \leq T_{pi доп}$.

Перечисленные требования являются основными. Они должны быть выполнены при вполне определенных условиях. Поэтому при проектировании исполнительных систем роботов указывают: массу груза, переносимого роботом; массу рабочего органа; инерционные характеристики манипуляционного механизма; характеристи-

ки первичного источника энергии; кинематические характеристики манипулятора; требования к закону движения рабочего органа при выполнении рабочих движений и холостых движений (при быстрой «переброске» рабочего органа из одного положения в другое); климатические условия (температура, давление, влажность); специфические условия эксплуатации (запыленность, наличие агрессивных веществ, их концентрация); показатели надежности; требования заказчика к выбору элементной базы.

ЦЕЛЬ, СТАДИИ И ЭТАПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ

Целью проектирования исполнительской системы робота является преобразование исходных требований, отражающих желаемые свойства системы, в документацию, по которой может быть изготовлена эта система, удовлетворяющая сформулированным критериям качества.

Проектирование исполнительской системы предусматривает проведение комплекса работ, связанных с обоснованием необходимости создания исполнительской системы и выработкой требований к ней, исследованием, расчетом, конструированием и экспериментальной проверкой проектных решений.

Проектирование исполнительской системы должно выполняться на основе системного подхода с соблюдением следующих основных принципов:

1. Исполнительская система рассматривается именно как система взаимосвязанных элементов, влияющих друг на друга. Должны быть учтены основные реальные связи исполнительской системы с внешней средой и другими частями робота.

2. Не следует забывать о том, что проектируемая система — подсистема более сложного объекта. Поэтому свойства исполнительской системы должны быть благоприятны для функционирования ПР в целом. Улучшение исполнительской системы в силу локальных критериев ее качества не должно приводить к ухудшению свойств робота или снижению надежности и качественных показателей отдельных его частей, не относящихся к исполнительской системе.

3. При проектировании осуществляется декомпозиция исполнительской системы. Ее компоненты создаются отдельно, но требования к ним формулируются исходя из требований к системе в целом и с учетом взаимосвязей этих компонентов.

4. Модели элементов исполнительской системы, используемые при проектировании, должны формироваться с учетом роли этих элементов в системе в целом. Это значит, что должны быть отражены те свойства, которые влияют на функционирование испол-

нительной системы. При этом подробность описания отдельных элементов не должна быть чрезмерной, не обусловленной потребностью анализа особенностей системы в целом.

5. После разработки компонентов должен быть выполнен анализ свойств исполнительной системы в целом. Выявленные несоответствия исходным требованиям могут быть устранены в результате повторного, уточненного проектирования компонентов. Поэтому процесс проектирования носит итерационный характер.

Процесс проектирования исполнительной системы (ИС), как и любой другой технической системы, можно разделить на следующие стадии: 1 — техническое задание, 2 — техническое предложение, 3 — эскизный проект, 4 — технический проект, 5 — рабочий проект, 6 — внедрение.

Рассмотрим содержание работ на этих стадиях более подробно.

На стадии «техническое задание», выполняются следующие этапы работы:

1. Обоснование необходимости разработки ИС робота. При этом ставится задача проектирования, формулируются цель и назначение ИС. Выполняется сбор исходных материалов, выбор и обоснование критериев эффективности и качества разрабатываемой ИС.

2. Предпроектные научно-исследовательские работы. Их цель — выяснение принципиальной возможности решения поставленной задачи проектирования. При этом проводится анализ исходных данных на достаточность и непротиворечивость, их доукомплектование, предварительный выбор методов решения задачи. Изучается опыт проектирования ИС других роботов и определяется возможность использования ранее созданных ИС для удовлетворения возникших потребностей.

3. Разработка и утверждение технического задания (ТЗ). ТЗ — это фактически модель внешних свойств ИС, представляющая собой совокупность основных характеристик будущей системы. Требования формулируются таким образом, чтобы их выполнение обеспечивало достижение цели проектирования, удовлетворения потребности в создании новой ИС робота.

Помимо технических требований к системе, ТЗ содержит информацию о намечаемых стадиях, этапах и сроках разработки, а также о порядке испытаний и сдачи результатов проектирования.

ТЗ выпускает разработчик на основании заявки на проектирование, созданной заказчиком и согласованной с исполнителем. При этом используются исходные данные, выданные заказчиком и рассмотренные и дополненные разработчиком в ходе предпроектных исследований.

ТЗ является основным юридическим документом, регламентирующим порядок проектирования и позволяющим установить со-

ответствие результатов работы исходным требованиям, успех выполнения проектирования ИС робота.

На стадии «техническое предложение» выбирается один или несколько вариантов построения ИС и дается их сопоставление и оценка возможности выполнения требований ТЗ. Данная стадия не является обязательной.

На стадии «эскизный проект» происходит уточнение методов решения задач, осуществляется выбор структуры ИС, типов основных ее элементов, включая исполнительные, информационные, управляющие. Определяются основные характеристики и свойства элементов как составляющих ИС в целом (требования к ним).

На этой стадии выполняются анализ и синтез средств управления ИС, предусматривающие уточнение математической модели ИС, выбор двигателей, устройств и алгоритмов управления, структуры и значений параметров корректирующих устройств. Разработанное описание ИС подвергается исследованию, как правило, с помощью ЭВМ, при учете факторов, отмеченных при принятии проектных решений, а также тех обстоятельств, которые были отброшены, но соответствуют реальным условиям работы ИС робота. Кроме того, разрабатывается технико-экономическое обоснование.

Результаты, полученные на рассматриваемой стадии, представляются в виде пояснительной записки эскизного проекта и согласуются с заказчиком.

На стадии «технический проект» полученные ранее структуры, алгоритмы и значения параметров компонентов ИС используются для разработки принципиальных схем отдельных блоков и узлов ИС (электрических, кинематических, гидравлических, пневматических, комбинированных). При этом уточняются значения параметров, свойства блоков и узлов ИС, а также структура ИС в целом. Проводится уточненный анализ свойств ИС с помощью моделей входящих в нее объектов или при использовании макетов реальных устройств. Может создаваться экспериментальный образец ИС, позволяющий судить о правильности принятых проектных решений и внести необходимые корректировки в документацию на ИС.

По итогам проектирования выпускается технический проект, содержащий пояснительную записку, который согласуется с заказчиком.

Стадия «рабочий проект» включает обычно три основных этапа:

конструкторское проектирование, т. е. разработку рабочих чертежей опытного образца ИС по полученным ранее принципиальным схемам;

технологическое проектирование и изготовление опытного образца ИС;

определение порядка и методики испытаний опытного образца, внесение корректировок в документацию и, наконец, приемно-сдаточные испытания ИС.

Стадия «внедрение» включает передачу документации на завод-изготовитель ИС, контроль процесса изготовления, участие в испытаниях создаваемых образцов и оперативное устранение обнаруженных недостатков, противоречащих требованиям ТЗ. Вслед за внедрением начинается сопровождение ИС, часто ведущее к модернизации системы, повышению ее надежности и расширению ее функциональных возможностей.

Необходимо отметить, что проектирование ИС не представляет собой процесс последовательной смены описанных стадий. Он носит характер последовательных приближений к совокупности характеристик, удовлетворяющих требованиям ТЗ. Процесс создания ИС является итеративным, так как на любом этапе проектирования сопоставление результатов с требованиями ТЗ может заставить изменить технические решения и возвратиться к одному из уже пройденных этапов и стадий вплоть до исходной точки проектирования. Такой возврат возможен после любой стадии проектирования и продолжается до тех пор, пока не будут найдены решения, приводящие к удовлетворению требований ТЗ.

Можно заметить, что результаты, получаемые на разных стадиях, отличаются глубиной проработки описания объекта проектирования (ИС). Это описание становится все более подробным — от требований ТЗ вплоть до реализации ИС в виде опытного образца и документации на выпуск серийного образца.

В результате проектирования ИС должны быть определены:

1. Исполнительные элементы (двигатели, редукторы, силовые преобразователи).

2. Структура исполнительной системы.

3. Информационные устройства — датчики обратных связей (датчики положения, скорости, ускорения, тока и т. п.).

4. Устройства управления исполнительной системы (управляющая ЭВМ, микропроцессорное устройство, аналоговый вычислитель, логический блок и т. п.).

5. Блоки сопряжения устройств управления с силовыми преобразователями, датчиками и устройством управления ПР.

6. Структура и значения параметров аппаратно-реализуемых корректирующих устройств.

7. Алгоритм и программа управления приводами исполнительной системы.

8. Алгоритм взаимодействия исполнительной системы с устройством управления ПР (с тактическим уровнем управления).

9. Конструкция узлов приводов и датчиков в составе исполнительного устройства робота.

10. Средства энергопитания ИС.

Этот перечень не является полным. В него вошли только основные, обязательные результаты проектирования.

Далее будут в основном изучаться вопросы, предусмотренные п. 2—8, при рассмотрении линейных моделей исполнительных систем промышленных роботов.

2. АНАЛИЗ МАНИПУЛЯЦИОННОГО МЕХАНИЗМА РОБОТА КАК МНОГОСВЯЗНОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Манипуляционный механизм как компонент динамической системы характеризуется геометрическими размерами звеньев и перемещениями в сочленениях, распределением масс звеньев и силами, действующими на манипулятор при его движении.

Как известно, манипуляционный механизм робота представляет собой пространственную механическую систему из N тел (звеньев), соединенных между собой кинематическими парами пятого класса (с одной степенью свободы). Такие кинематические пары допускают только одно вращательное или поступательное перемещение одного звена относительно другого сопряженного с ним звена механизма.

Каждое звено состоит из многих деталей, которые неподвижны относительно друг друга. Звенья будем считать абсолютно жесткими.

Относительное перемещение i -го звена относительно связанного с ним $(i - 1)$ -го звена представляет собой регулируемую переменную q_i , которая должна изменяться с помощью i -го привода по желаемому закону (рис. 4). Вектор $q = [q_1, q_2, \dots, q_N]^T$ является вектором обобщенных координат манипуляционного механизма. Пренебрегаем силами трения в кинематических парах и считаем связи идеальными, голономными и удерживающими. Тогда описание динамики многозвенного механизма может быть получено с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода.

Для системы тел, находящейся в потенциальном поле сил тяжести, уравнения Лагранжа 2-го рода записываются в векторной форме так:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right)^T = M - \left(\frac{\partial \Pi}{\partial q} \right)^T. \quad (2.1)$$

Здесь φ — вектор обобщенных скоростей ($N \times 1$), причем $\varphi = \frac{dq}{dt}$; T — кинетическая энергия механизма; Π — потенциальная энергия механизма; M — вектор обобщенных неконсервативных сил ($N \times 1$), представляющий собой сумму вектора сил $M_{пр}$, передаваемых от исполнительных двигателей на звенья механизма через устройства передачи движения (механические передачи), и вектора внешних сил $M_{вн}$. Таким образом,

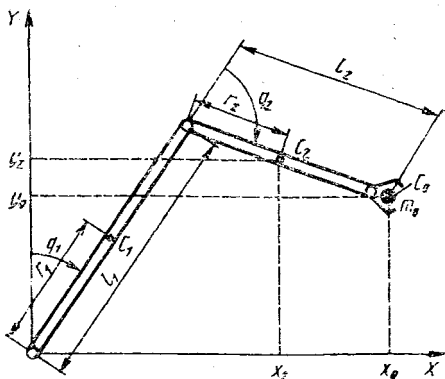


Рис. 4. Расчетная схема манипуляционного механизма

$$M = M_{дв} + M_{вн}.$$

Везде для вращательных движений M , $M_{дв}$, $M_{вн}$ понимаются как векторы моментов сил.

Кинетическая энергия механизма связана с вектором обобщенных скоростей с помощью симметрической матрицы инерционных характеристик $A(q)$, компоненты которой зависят от обобщенных координат:

$$T = \frac{1}{2} \varphi^T A(q) \varphi.$$

Обозначим составляющую $\left[-\left(\frac{\partial \Pi}{\partial q} \right)^T \right]$ через вектор статических сил $M_{ст}$.

Вычислив полную производную по времени в выражении (2.1), получим следующее уравнение динамики:

$$A(q) \frac{d\varphi}{dt} + \frac{dA(q)}{dt} \varphi = \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right)^T + M + M_{ст}.$$

Преобразуем его к виду

$$A(q) \frac{d\varphi}{dt} = R(q, \varphi) + M + M_{ст},$$

$$\text{где } R(q, \varphi) = \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right)^T - \frac{dA(q)}{dt} \varphi.$$

Здесь вектор $R(q, \varphi)$ характеризует моменты сил, обусловленных скоростями движения звеньев механизма и зависящих от конфигурации манипулятора, т. е. центробежных и кориолисовых сил.

В подавляющем большинстве случаев, представляющих практический интерес, $\det A(q) \neq 0$. Поэтому можно вычислить обратную матрицу $A^{-1}(q)$ и записать уравнения динамики механизма в нормальной форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{dq}{dt} = \varphi, \\ \frac{d\varphi}{dt} = A^{-1}(q) [R(q, \varphi) + M + M_{ст}]. \end{cases}$$

Диагональные элементы матрицы $A^{-1}(q)$ характеризуют прямые каналы управления, по которым передаются воздействия от двигателей к соответствующему звену механизма.

В общем случае недиагональные элементы матрицы $A^{-1}(q)$ отличны от нуля. Поэтому характер движения каждого звена механизма определяется всеми компонентами силового воздействия со стороны приводов. Это свидетельствует о динамическом взаимодействии каналов управления.

Компоненты векторов $R(q, \varphi)$ и $M_{ст}$ зависят от элементов вектора положений звеньев q , а $R(q, \varphi)$ — еще и от скоростей движения звеньев. При этом i -й компонент в общем случае может являться функцией многих составляющих векторов q и φ , а не только величин q_i и φ_i . Это свидетельствует о проявлении перекрестных связей между каналами управления движением звеньев механизма. Изменение положения одного из звеньев неминуемо приводит к силовому воздействию на другие звенья, и характер движений последних искажается.

Итак, существенная особенность манипуляционных механизмов роботов состоит в динамическом взаимодействии звеньев, которое определяет эффекты взаимовлияния основных каналов управления в исполнительной системе робота.

Следует заметить, что вид дифференциальных уравнений динамики механизма не зависит от метода, с помощью которого они составлены. В настоящее время в теории управления роботами получили распространение три метода, основанные на уравнениях Лагранжа 2-го рода, принципе Даламбера и принципе наименьшего принуждения Гаусса.

Рассмотрим пример.

Двухзвенный манипуляционный механизм имеет кинематическую схему, изображенную на рис. 4, и совершает движения в плоскости ХОУ.

Обозначим длину звеньев l_1, l_2 ; массы звеньев m_1, m_2 ; моменты инерции звеньев относительно их центров масс J_1, J_2 ; рас-

стояния от осей вращения звеньев до их центров масс r_1, r_2 ; массу рабочего органа с грузом в схвате m_0 .

Кинетическая энергия первого звена

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2.$$

Кинетическая энергия второго звена

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2.$$

Кинетическая энергия груза в схвате

$$T_0 = \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2).$$

Вычисление кинетической энергии T манипуляционной системы приведено в приложении 1. Окончательное выражение имеет вид:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 [l_1^2 \dot{q}_1^2 + r_2^2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) + \\ & + 2l_1 r_2 \cos q_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1 \dot{q}_2)] + \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) + \\ & + \frac{1}{2} m_0 [l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_2^2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) + 2l_1 l_2 \cos q_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1 \dot{q}_2)]. \end{aligned}$$

Найдем частные производные от кинетической энергии:

$$\frac{\partial T}{\partial q_1} = 0.$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_2} = -l_1 \sin q_2 (m_2 r_2 + m_0 l_2) (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1 \dot{q}_2),$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = & \dot{q}_1 (m_1 r_1^2 + J_1 + m_2 l_1^2 + m_2 r_2^2 + J_2 + m_0 l_1^2 + m_0 l_2^2) + \dot{q}_2 (m_2 r_2^2 + J_2 + \\ & + m_0 l_2^2) + (2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos q_2 (m_2 l_1 r_2 + m_0 l_1 l_2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) = & \ddot{q}_1 [m_1 r_1^2 + J_1 + J_2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2) + m_0 (l_1^2 + l_2^2)] + \ddot{q}_2 (m_2 r_2^2 + \\ & + J_2 + m_0 l_2^2) + (2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \cos q_2 (m_2 r_2 + m_0 l_2) l_1 - \sin q_2 (m_2 r_2 + \\ & + m_0 l_2) l_1 (2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2). \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = \dot{q}_1(m_2 r_2^2 + J_2 + m_0 l_2^2) + \dot{q}_2(m_2 r_2^2 + J_2 + m_0 l_2^2) + \dot{q}_1 \cos q_2 l_1 (m_2 r_2 + m_0 l_2).$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) = \ddot{q}_1(m_2 r_2^2 + J_2 + m_0 l_2^2) + \ddot{q}_2(m_2 r_2^2 + J_2 + m_0 l_2^2) + \ddot{q}_1 \cos q_2 l_1 (m_2 r_2 + m_0 l_2) - \sin q_2 l_1 (m_2 r_2 + m_0 l_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2.$$

Потенциальная энергия манипулятора

$$\Pi = m_1 g r_1 \cos q_1 + m_2 g [l_1 \cos q_1 + r_2 \cos(q_1 + q_2)] + m_0 g [l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2)].$$

Определим моменты статических сил, обусловленных массой звеньев и массой груза:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = -g \{ \sin q_1 (m_1 r_1 + m_2 l_1 + m_0 l_1) + \sin(q_1 + q_2) (m_2 r_2 + m_0 l_2) \},$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = -g \{ \sin(q_1 + q_2) (m_2 r_2 + m_0 l_2) \}.$$

Таким образом, получили модель манипуляционного механизма в виде дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = M_{\text{пр}_1} + M_{\text{вн}_1} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_1},$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} = M_{\text{пр}_2} + M_{\text{вн}_2} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_2}.$$

$$\text{Обозначим } -\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = M_{\text{ст}_1}, \quad -\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = M_{\text{ст}_2}, \quad M_1 = M_{\text{пр}_1} + M_{\text{вн}_1}, \quad M_2 = M_{\text{пр}_2} + M_{\text{вн}_2}.$$

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} a_{11} \ddot{q}_1 + a_{12} \ddot{q}_2 = R_1 + M_1 + M_{\text{ст}_1}, \\ a_{21} \ddot{q}_1 + a_{22} \ddot{q}_2 = R_2 + M_2 + M_{\text{ст}_2}, \end{cases}$$

где $a_{11} = m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2) + m_0 (l_1^2 + l_2^2) + J_1 + J_2 + 2l_1 \cos q_2 (m_2 r_2 + m_0 l_2)$,

$$a_{12} = m_2 r_2^2 + m_0 l_2^2 + J_2 + l_1 \cos q_2 (m_2 r_2 + m_0 l_2),$$

$$a_{12} = m_2 r_2^2 + m_0 l_2^2 + J_2 + l_1 \cos q_2 (m_2 r_2 + m_0 l_2),$$

$$a_{22} = m_2 r_2^2 + m_0 l_2^2 + J_2,$$

$$R_1 = l_1 \sin q_2 (m_2 r_2 + m_0 l_2) (2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot \dot{q}_2,$$

$$R_2 = -l_1 \sin q_2 (m_2 r_2 + m_0 l_2) \dot{q}_1^2.$$

Из полученной системы уравнений видно, что движения первого и второго звеньев динамически взаимосвязаны.

Кроме того, инерционные характеристики (величины a_{11} , ..., a_{22}) зависят от обобщенных координат, а следовательно, от конфигурации механизма.

Полученные дифференциальные уравнения являются нелинейными. Их анализ, а тем более использование при синтезе исполнительных систем затруднительны, так как нет хорошо разработанной теории нелинейных систем.

Поэтому дальнейшими шагами исследования являются линейаризация исходных уравнений и анализ линейаризованной модели манипуляционного механизма.

В основе линейаризации лежит предположение о том, что переходные процессы в следящих приводах исполнительной системы робота быстротечны. Поэтому отклонения переменных от установившихся значений остаются все время достаточно малыми. Тогда коэффициенты a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} и силы R_1 , R_2 , которые представляют собой нелинейные функции обобщенных координат и скоростей, можно линейаризовать в окрестности значений, соответствующих программной траектории.

В результате разложения в ряд Тейлора и пренебрежения членами порядка малости выше первого получим систему линейных дифференциальных уравнений в отклонениях.

Для этого обозначим:

$$q_1 = q_{10} + \Delta q_1, \quad \dot{q}_1 = \dot{q}_{10} + \Delta \dot{q}_1, \quad \ddot{q}_1 = \Delta \ddot{q}_1 + \ddot{q}_{10},$$

$$q_2 = q_{20} + \Delta q_2, \quad \dot{q}_2 = \dot{q}_{20} + \Delta \dot{q}_2, \quad \ddot{q}_2 = \Delta \ddot{q}_2 + \ddot{q}_{20},$$

$$M_1 = M_{10} + \Delta M_1,$$

$$M_2 = M_{20} + \Delta M_2.$$

Считаем, что моменты M_{10} и M_{20} точно соответствуют движению по программной траектории. Поэтому

$$a_{11}\ddot{q}_{10} + a_{12}\ddot{q}_{20} = R_1(q_{20}, q_{10}, \dot{q}_{20}) + M_{ст}(q_{10}, q_{20}) + M_{10},$$

$$a_{21}\ddot{q}_{10} + a_{22}\ddot{q}_{20} = R_2(q_{20}, q_{10}, \dot{q}_{20}) + M_{ст}(q_{10}, q_{20}) + M_{20}.$$

Эти равенства дают возможность исключить соответствующие члены из линейаризованной системы уравнений механизма.

Оставшиеся члены образуют следующую систему:

$$\left\{ \begin{aligned} a_{11}\ddot{\Delta q}_1 + a_{12}\ddot{\Delta q}_2 - \ddot{q}_{10} \cdot 2l_1(m_2r_2 + m_0l_2)\sin q_{20} \cdot \Delta q_2 - \ddot{q}_{20}l_1(m_2r_2 + \\ + m_0l_2)\sin q_{20} \cdot \Delta q_2 = l_1\sin q_{20}(m_2r_2 + m_0l_2)(2\dot{q}_{10}\Delta q_2 + 2\dot{q}_{20}\Delta q_1 + \\ + 2\dot{q}_{20}\Delta \dot{q}_2) + l_1(m_2r_2 + m_0l_2)(2\dot{q}_{10}\Delta \dot{q}_{20} + \dot{q}_{20}^2)\cos q_{20} \cdot \Delta q_2 + \\ + g(m_1r_1 + m_2l_1 + m_0l_1)\cos q_{10}\Delta q_1 + g(m_2r_2 + m_0l_2)\cos(q_{10} + q_{20}) \times \\ \times (\Delta q_1 + \Delta q_2) + \Delta M_1; \\ a_{21}\ddot{\Delta q}_1 + a_{22}\ddot{\Delta q}_2 - \ddot{q}_{10}l_1(m_2r_2 + m_0l_2)\sin q_{20}\Delta q_2 = -l_1(m_2r_2 + \\ + m_0l_2)(2\sin q_{20} \cdot \dot{q}_{10} \cdot \Delta \dot{q}_1 + \cos q_{20}\dot{q}_{10}^2 \cdot \Delta q_2) + \\ + g(m_2r_2 + m_0l_2)\cos(q_{10} + q_{20}) \times (\Delta q_1 + \Delta q_2) + \Delta M_2. \end{aligned} \right.$$

Здесь a_{11} , a_{12} , a_{21} и a_{22} являются функциями q_{10} , q_{20} .

В результате проведенных преобразований получена система дифференциальных уравнений, линейная относительно отклонений Δq_1 , Δq_2 , $\Delta \dot{q}_1$, $\Delta \dot{q}_2$, $\Delta \ddot{q}_1$, $\Delta \ddot{q}_2$:

$$\left\{ \begin{aligned} a_{11}\Delta \ddot{q}_1 + a_{12}\Delta \ddot{q}_2 + b_{11}\Delta \dot{q}_1 + b_{12}\Delta \dot{q}_2 + c_{11}\Delta q_1 + c_{12}\Delta q_2 = \Delta M_1, \\ a_{21}\Delta \ddot{q}_1 + a_{22}\Delta \ddot{q}_2 + b_{21}\Delta \dot{q}_1 + b_{22}\Delta \dot{q}_2 + c_{21}\Delta q_1 + c_{22}\Delta q_2 = \Delta M_2, \end{aligned} \right. \quad (2.2)$$

где $b_{11} = -2l_1\sin q_{20}(m_2r_2 + m_0l_2)\dot{q}_{20}$,

$$b_{12} = -2l_1\sin q_{20}(m_2r_2 + m_0l_2)(\dot{q}_{10} + \dot{q}_{20}),$$

$$b_{21} = 2l_1\sin q_{20}(m_2r_2 + m_0l_2)\dot{q}_{10},$$

$$b_{22} = 0,$$

$$c_{11} = -g\{\cos q_{10}(m_1r_1 + m_2l_1 + m_0l_1) + \cos(q_{10} + q_{20})(m_2r_2 + m_0l_2)\},$$

$$c_{12} = -g(m_2r_2 + m_0l_2)\cos(q_{10} + q_{20}) - l_1\sin q_{20}(m_2r_2 + m_0l_2) \times \\ \times (\dot{q}_{10} + \dot{q}_{20}) - l_1(m_2r_2 + m_0l_2)\cos q_{20}(2\dot{q}_{10}\dot{q}_{20} + \dot{q}_{20}^2),$$

$$c_{21} = -g(m_2r_2 + m_0l_2)\cos(q_{10} + q_{20}),$$

$$c_{22} = -g(m_2r_2 + m_0l_2)\cos(q_{10} + q_{20}) - l_1(m_2r_2 + m_0l_2)\sin q_{20} \cdot \ddot{q}_{10} + \\ + l_1(m_2r_2 + m_0l_2)\dot{q}_{10}^2\cos q_{20}.$$

Полученная линеаризованная система уравнений отражает структуру связей, присущих многомерному объекту управления, каким является манипуляционный механизм (имеющий несколько

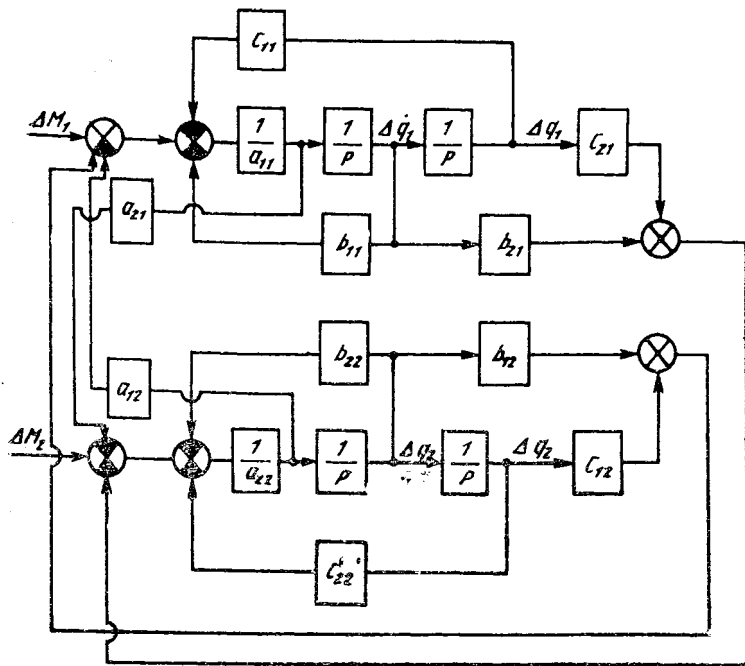


Рис. 5. Структура линейризованной модели манипуляционного механизма

регулируемых величин и несколько точек приложения управляющих воздействий).

Коэффициенты b_{11}, \dots, b_{22} при обобщенных скоростях характеризуют силовые взаимодействия, а коэффициенты c_{11}, \dots, c_{22} свидетельствуют о наличии позиционных связей. Существенно, что интенсивность проявления связей зависит от режима движения (от опорных значений обобщенных координат и скоростей, соответствующих программной траектории).

Наличие в объекте управления перекрестных связей хорошо видно на структурной схеме (рис. 5) модели манипулятора, построенной на основании полученных уравнений в предположении, что эти коэффициенты $a_{11}, \dots, a_{22}, b_{11}, \dots, b_{22}, c_{11}, \dots, c_{22}$ постоянные (метод «замороженных» коэффициентов). Применение этого метода оправданно, так как за время переходного процесса изменения переменных незначительны, поэтому опорные значения могут считаться постоянными.

Введя оператор дифференцирования $p = d/dt$, систему уравнений можно представить в виде:

$$\Delta M = H(p)\Delta q,$$

где операторная матрица $H(p)$ имеет вид:

$$H(p) = p^2 A + pB + C, \quad \Delta q = \begin{vmatrix} q_1 \\ q_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta M = \begin{vmatrix} \Delta M_1 \\ \Delta M_2 \end{vmatrix},$$

а матрицы A, B, C составлены из коэффициентов a_{11}, \dots, c_{22} :

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}; \quad C = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix}.$$

Свойства линейного многомерного объекта принято характеризовать передаточной матрицей. $H(p)$ — передаточная матрица манипуляционного механизма, модель которого составлена относительно отклонений переменных от опорных значений. Удобнее пользоваться обратной матрицей $H^{-1}(p)$. Тогда Δq — вектор регулируемых переменных определяется в функции от входных силовых воздействий:

$$\Delta q = H^{-1}(p) \cdot \Delta M.$$

Для существования матрицы $H(p)$ требуется, чтобы $\det H(p) \neq 0$, что наблюдается при независимых исходных уравнениях.

Чтобы найти матрицу $H^{-1}(p)$, зная $H(p)$, надо сначала определить

$$\Delta = \det H(p) = \det \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix},$$

где $h_{11} = a_{11}p^2 + b_{11}p + c_{11}$, $h_{21} = a_{21}p^2 + b_{21}p + c_{21}$,

$$h_{12} = a_{12}p^2 + b_{12}p + c_{12}, \quad h_{22} = a_{22}p^2 + b_{22}p + c_{22},$$

$$\Delta = h_{11}h_{22} - h_{21}h_{12}.$$

Затем составляется транспонированная матрица:

$$H^T(p) = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{21} \\ h_{12} & h_{22} \end{vmatrix}$$

и матрица алгебраических дополнений:

$$\tilde{H}(p) = \begin{vmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{vmatrix}.$$

Теперь можно найти обратную матрицу $H^{-1}(p) = \frac{1}{\Delta} \tilde{H}(p)$:

$$H^{-1}(p) = \begin{vmatrix} \frac{h_{22}}{\Delta} & -\frac{h_{12}}{\Delta} \\ -\frac{h_{21}}{\Delta} & \frac{h_{11}}{\Delta} \end{vmatrix}.$$

Отсюда становится ясно, что движение по каждой степени подвижности определяется одновременно моментами, действующими и в первом, и во втором сочленениях:

$$\begin{cases} \Delta q_1 = \frac{1}{\Delta} h_{22} \Delta M_1 - \frac{1}{\Delta} h_{12} \Delta M_2, \\ \Delta q_2 = -\frac{1}{\Delta} h_{21} \Delta M_1 + \frac{1}{\Delta} h_{11} \Delta M_2. \end{cases}$$

Это свидетельствует о наличии динамического взаимовлияния между каналами управления движением манипулятора.

3. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И СВОЙСТВА СИЛОВЫХ ЧАСТЕЙ ПРИВодОВ КАК КОМПОНЕНТОВ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Как было показано в главе 1, приводы исполнительной системы образуют комплекс, в котором можно выделить комплекс исполнительных (силовых) частей приводов, комплекс управляющих частей и комплекс датчиков обратной связи. Особенность деления исполнительной системы на компоненты состоит, в частности, в том, что выходными переменными комплекса силовых частей являются моменты сил, развиваемых приводами относительно осей поворота управляемых ими звеньев манипуляционного механизма.

Динамические свойства всего комплекса силовых частей можно характеризовать двумя передаточными матрицами: матрицей прямых каналов формирования вектора моментов приводов $W_M(p)$ и матрицей естественных обратных связей по скоростям движения звеньев манипулятора $W_c(p)$. Перекрестные связи между основными каналами управления в комплексе силовых частей отсутствуют. Поэтому все элементы указанных матриц вне главной диагонали равны нулю.

$$W_M(p) = \begin{vmatrix} W_{m11}(p) & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & W_{m22}(p) & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & W_{mNN}(p) & \dots \end{vmatrix}, \quad W_c(p) = \begin{vmatrix} W_{c11}(p) & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & W_{c22}(p) & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & W_{cNN}(p) & \dots \end{vmatrix}.$$

Здесь $W_{m_{ii}}(p)$ — передаточная функция прямого i -го канала формирования момента M_{pp_i} , развиваемого i -м приводом в функции от управляющего воздействия u_i ; $W_{c_{ii}}(p)$ — передаточная функция обратной связи по скорости i -го звена манипулятора, причем

$$M_{pp_i} = W_{m_{ii}}(p)u_i - pW_{c_{ii}}(p)q_i; \quad i = \overline{1, N}. \quad (3.1)$$

Линеаризованные модели отдельных каналов силовых частей приводов описываются одноптичными дифференциальными уравнениями, хотя численные значения одноименных параметров могут существенно различаться в зависимости от типа и мощности двигателей, особенностей механических передач и силовых преобразователей. Поэтому достаточно определить модель одного канала управления (одного привода), чтобы потом на ее основе представить модель всего комплекса.

В частности, силовая часть i -го привода, содержащего двигатель постоянного тока с независимым возбуждением от постоянных магнитов и идеальный редуктор, не имеющий люфта и упругости, характеризуется следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} M_{\text{пр}i} &= \left(M_{\text{дв}i} - J_{\text{дв}i} \frac{d^2 \alpha_{\text{дв}i}}{dt^2} \right) i_{pi}, \\ M_{\text{дв}i} &= K_{M_i} \cdot J_{я_i}, \\ L_{я_i} \frac{dJ_{я_i}}{dt} &= u_{\text{дв}i} - K_{\omega_i} \omega_{\text{дв}i} - R_{я_i} J_{я_i}, \\ T_{\text{пр}} \frac{du_{\text{дв}i}}{dt} &= K_{\text{пр}i} u_i - u_{\text{дв}i}, \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

где $M_{\text{дв}i}$ — момент, развиваемый на валу двигателя; $J_{я_i}$ — ток в якорной обмотке, имеющей активное сопротивление $R_{я_i}$ и индуктивность $L_{я_i}$; i_{pi} — передаточное число редуктора; $J_{\text{дв}i}$ — момент инерции ротора двигателя; $\alpha_{\text{дв}i}$, $\omega_{\text{дв}i}$ — угол поворота и скорость движения вала двигателя; K_{M_i} , K_{ω_i} — коэффициенты пропорциональности; $u_{\text{дв}i}$ — напряжение, подводимое к якорной цепи двигателя от силового преобразователя, характеризуемого коэффициентом передачи $K_{\text{пр}i}$ и постоянной времени $T_{\text{пр}i}$. Для идеального редуктора $\alpha_{\text{дв}i} = q_i i_{pi}$,

$\omega_{\text{дв}i} = i_{pi} \frac{dq_i}{dt}$. На структурной схеме (рис. 6) отчетливо видно,

что силовая часть привода исполнительной системы имеет одну выходную переменную $M_{\text{пр}i}$ и два входных воздействия: управляющее напряжение и скорость движения звена манипулятора.

В рассматриваемом случае

$$W_{M_{ii}}(p) = \frac{K_{1i}}{(T_{\text{пр}i} p + 1)(T_{\text{э}i} p + 1)},$$

$$W_{c_{ii}}(p) = \frac{K_{2i}(1 + T_{M_i} p + T_{M_i} T_{\text{э}i} p^2)}{(T_{\text{э}i} p + 1)},$$

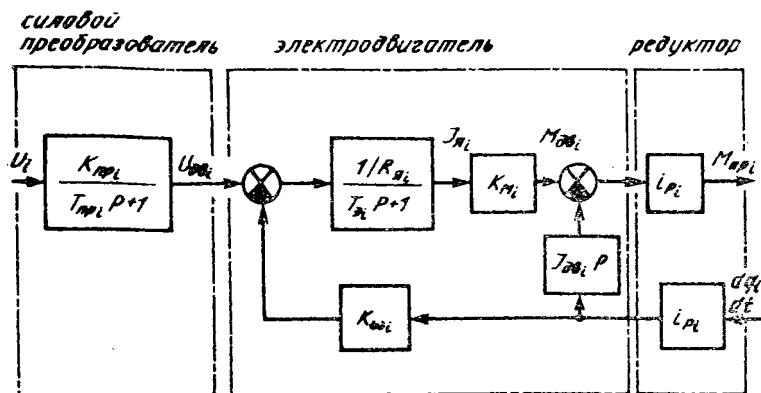


Рис. 6. Структурная схема силовой части привода исполнитель- ной системы с абсолютно жестким редуктором

причем $K_{1i} = \frac{K_{прi} K_{M_i} i_{рi}}{R_{яi}}$, $K_{2i} = \frac{K_{\omega i} K_{M_i} i_{рi}^2}{R_{яi}}$, $T_{2i} = \frac{L_{яi}}{R_{яi}}$,

$$T_{mi} = \frac{J_{двi} R_{яi}}{K_{M_i} K_{\omega i}}$$

При учете упругих деформаций в редукторе модель силовой части привода усложняется, так как ротор двигателя как инерционный объект не связан непосредственно со звеном манипуляционного механизма. Это следует из рассмотрения расчетной схемы, представленной на рис. 7.

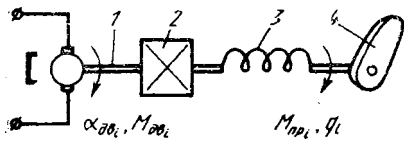


Рис. 7. Расчетная схема привода с упругой механической передачей

Эквивалентный упругий элемент (пружина) характеризуется жесткостью $c_{прi}$ и коэффициентом $\chi_{прi}$, учитывающим потери на деформацию. Момент $M_{прi}$, развиваемый на выходном валу упругого редуктора, определяется величиной закрутки эквивалентной пружины γ_i :

$$M_{прi} = c_{прi} \gamma_i + \chi_{прi} \frac{d\gamma_i}{dt}$$

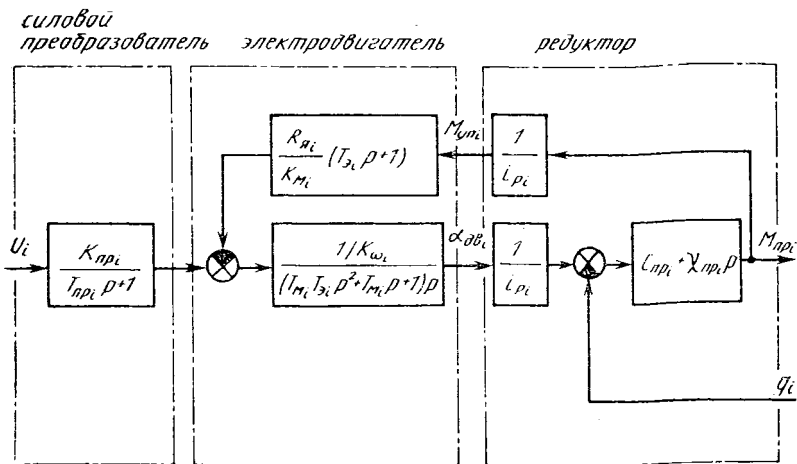


Рис. 8. Структурная схема силовой части привода с упругим редуктором

При этом электродвигатель должен преодолевать момент сопротивления $M_{уп_i}$, обусловленный упругими деформациями элементов редуктора:

$$M_{уп_i} = M_{np_i} \cdot i_{p_i}^{-1}.$$

Момент сопротивления свидетельствует о существовании силовой обратной связи с выходного вала редуктора. Эта связь заставляет рассматривать совместно движения вала двигателя и звена манипулятора. Структурная схема силовой части привода с упругим редуктором (рис. 8) позволяет записать передаточные функции $W_{m_{ii}}(p)$ и $W_{c_{ii}}(p)$ в следующей форме:

$$W_{m_{ii}}(p) = \frac{K_{np_i}}{(T_{np_i} p + 1)} W_{p_i}(p), \quad W_{c_{ii}}(p) = K_{\omega_i} i_{p_i} (T_{m_i} T_{\omega_i} p^2 + T_{m_i} p + 1) W_{p_i}(p),$$

$$\text{где } W_{p_i}(p) = \frac{K_{M_i} i_{p_i} (c_{np_i} + \chi_{np_i} p)}{p(T_{m_i} T_{\omega_i} p^2 + T_{m_i} p + 1) K_{M_i} K_{\omega_i} i_{p_i}^2 + R_{\omega_i} (T_{\omega_i} p + 1) (c_{np_i} + \chi_{np_i} p)}$$

Несмотря на усложнение передаточных функций, обобщенная структурная схема комплекса силовых частей приводов исполнительной системы (рис. 9) соответствует уравнению (3.1).

Следует отметить, что взаимовлияние приводов исполнительной системы робота может происходить не только через манипуляционный механизм, но и через общий источник энергии, питающий силовые преобразователи. Такое взаимовлияние обусловлено реак-

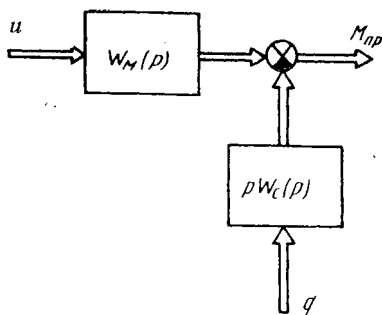


Рис. 9. Обобщенная структурная схема комплекса силовых частей приводов исполнительной системы

входа и заменить последнее уравнение в системе (3.2) соотношениями:

$$T_{np_i} \frac{d\tilde{u}_{дв_i}}{dt} = K_{np_i} u_i - \tilde{u}_{дв_i},$$

$$u_{дв_i} = \tilde{u}_{дв_i} + E_{п} K_{e_i},$$

где $\tilde{u}_{дв}$ — выходное напряжение силового преобразователя при стабильном питающем напряжении; K_{e_i} — коэффициент влияния величины $E_{п}$ на выходное напряжение i -го силового преобразователя.

Динамические свойства источника энергии задаются системой дифференциальных уравнений, отражающих связь изменений $E_{п}$ выходной величины с суммарным воздействием приводов на источник энергии:

$$F_{я} = \sum_{i=1}^N J_{я_i}.$$

В результате оказывается, что модели силовых частей приводов и источника энергии взаимосвязаны, а передаточные матрицы $W_M(p)$ и $W_C(p)$ могут иметь ненулевые недиагональные элементы. Наличие взаимосвязей приводов через источник энергии надо иметь в виду при проектировании исполнительных систем, хотя при больших запасах мощности источника энергии и хорошей стабилизации напряжения питания влиянием величины $E_{п}$ можно пренебречь.

Стремление снизить взаимовлияние приводов исполнительной системы и за счет этого повысить динамическую точность воспро-

щей источника на изменение интенсивности потребления энергии приводами. Например, при возрастании суммарного тока, потребляемого электродвигателями, напряжение питания падает. В свою очередь это отражается на результирующем значении управляющих воздействий u_1, \dots, u_N во всех каналах управления, а следовательно, приводит к возрастанию ошибок воспроизведения задающих воздействий. Для учета изменений $E_{п}$ питающего напряжения нужно отразить в линеаризованной модели силового преобразователя наличие второго

изведения задающих воздействий часто приводит к необходимости введения искусственных перекрестных связей в комплексе управляющих устройств.

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Для рассмотрения исполнительной системы введем передаточные матрицы $W_k(p)$ и $W_{oc}(p)$, отражающие свойства комплексов управляющих частей приводов и датчиков обратных связей. Закон формирования управляющих воздействий соответствует уравнению:

$$U = W_k(p)[g - q - pW_{oc}(p)q], \quad (3.3)$$

где $g = (g_1, \dots, g_N)^T$ — вектор задающих воздействий.

В уравнении (3.3) отражено то, что приводы являются следящими и содержат единичные обратные связи по положению звеньев манипулятора. Матрица $W_k(p)$ свидетельствует о наличии последовательных корректирующих устройств, а матрица $W_{oc}(p)$ соответствует эквивалентным корректирующим обратным связям по производным от регулируемых переменных. Коэффициенты передачи датчиков информации и соответствующие им динамические звенья должны быть учтены в выражениях компонентов матриц $W_k(p)$ и $W_{oc}(p)$.

Объединим модели комплексов силовых и управляющих частей приводов и комплекса датчиков обратных связей. Тогда получим

$$M_{np} = W_m^*(p)(g - q) - pW_c^*(p)q, \quad (3.4)$$

где обобщены передаточные матрицы комплекса приводов

$$W_m^*(p) = W_k(p)W_m(p),$$

$$W_c^*(p) = W_c(p) + W_{oc}(p)W_k(p)W_m(p).$$

В большинстве практических случаев матрицы $W_m^*(p)$ и $W_c^*(p)$ можно считать диагональными из-за отсутствия перекрестных связей в комплексе управляющих частей приводов и практически стабильного напряжения питания на выходе источника энергии.

Следуя рекомендациям [1], рассмотрим модель исполнительной системы в целом, объединив описания приводов (3.4) и манипуляционного механизма:

$$H(p)q = W_m^*(p)(g - q) - pW_c^*(p)q.$$

Из этого уравнения получаем:

$$X(p)q = W_m^*(p)g, \quad (3.5)$$

где $X(p) = H(p) + pW_c^*(p) + W_m^*(p)$ — характеристическая матрица исполнительской системы, в которой замкнуты все обратные связи.

Вид полученной модели (3.5) свидетельствует о том, что исполнительная система представляет собой многомерную, многосвязную систему. Исследование устойчивости может быть выполнено в результате анализа свойств характеристической матрицы $X(p)$, а характер переходных процессов определяется по передаточной матрице замкнутой исполнительской системы по отношению к задающим воздействиям:

$$\Phi(p) = X^{-1}(p)W_m^*(p)$$

при условии, что $\det X(p) \neq 0$. В частности, переходя к изображениям по Лапласу при нулевых начальных условиях, получим матричное выражение:

$$q(s) = \Phi(s)g(s),$$

с помощью которого могут быть найдены реакции $q_1(t), \dots, q_N(t)$ на задающие воздействия $g_1(t), \dots, g_N(t)$. Необходимо отметить, что трудности, связанные с применением аналитических методов анализа свойств исполнительской системы, быстро нарастают при увеличении числа степеней подвижности. Поэтому для решения задачи целесообразно применять ЭВМ.

Синтез регуляторов приводов с применением моделей исполнительских систем как многомерных многосвязных объектов оказывается чрезвычайно сложным. Поэтому получил распространение прием, основанный на исследовании так называемой выделенной следящей системы (сепаратного привода) как системы с одной степенью свободы [1]. Такая следящая система, например, управляющая i -м звеном манипулятора, получается при условии, что относительные движения во всех степенях подвижности, кроме рассматриваемой i -й, отсутствуют.

Неподвижность указанных звеньев наблюдалась бы в том случае, если бы все приводы обладали абсолютной динамической жесткостью и обеспечивали нулевые рассогласования при действии любых силовых воздействий со стороны манипуляционного механизма. При этом влияние перекрестных связей сводилось бы к нулю противодействием приводов. Очевидно, что гипотеза неподвижности всех звеньев механизма, кроме i -го, является существенным упрощением реальной картины. Вместе с тем ее применение лишено смысла, так как в неподвижном состоянии и в квазистатических режимах работы приводы исполнительской системы сохра-

няют заданную конфигурацию манипулятора несмотря на массу звеньев и груза в захватном устройстве.

Отсутствию динамических взаимосвязей между каналами управления исполнительная система соответствует характеристическая матрица, имеющая диагональный вид. Поэтому сформулируем выделенные следящие системы, рассматривая только диагональные элементы матрицы $X(p)$. Для этого определим матрицу

$$H_d(p) = \text{diag}\{h_{11}(p), \dots, h_{NN}(p)\},$$

удовлетворяющую условию

$$H(p) = H_d(p) + H_\Delta(p).$$

В передаточную матрицу $H_\Delta(p)$ вошли все недиагональные элементы передаточной матрицы манипуляционного механизма. Кроме того, введем в рассмотрение

$$W_{md}(p) = \text{diag}\{W_{m11}(p), \dots, W_{mNN}(p)\},$$

$$W_{cd}(p) = \text{diag}\{W_{c11}(p), \dots, W_{cNN}(p)\},$$

причем

$$W_m^*(p) = W_{md}(p) + W_{m\Delta}(p),$$

$$W_c^*(p) = W_{cd}(p) + W_{c\Delta}(p).$$

Компонентами матриц $W_{m\Delta}(p)$ и $W_{c\Delta}(p)$ являются недиагональные элементы матриц $W_m^*(p)$ и $W_c^*(p)$ соответственно. Они отличны от нуля только тогда, когда существенны взаимосвязи через источник энергии или введены искусственные корректирующие перекрестные связи в комплексе управляющих частей приводов. Во многих практически важных случаях $W_{m\Delta}(p) = W_{c\Delta}(p) = 0$.

Модель комплекса выделенных следящих систем имеет вид:

$$[H_d(p) + pW_{cd}(p) + W_{md}(p)]q = W_{md}(p)g.$$

На основании результатов работы [1] могут быть получены условия, при выполнении которых допустимо пользоваться полученной моделью вместо исходного описания многосвязной исполнительной системы:

$$\|X_d(j\omega)\| \gg \|X_\Delta(j\omega)\|, \|W_{md}(j\omega)\| \gg \|W_{m\Delta}(j\omega)\|, \quad (3.6)$$

где $X_d(j\omega) = H_d(j\omega) + j\omega W_{cd}(j\omega) + W_{md}(j\omega)$,

$$X_\Delta(j\omega) = H_\Delta(j\omega) + j\omega W_{c\Delta}(j\omega) + W_{m\Delta}(j\omega).$$

Условие (3.6) выполняется в некоторой области частот

$$0 \leq \omega < \omega^*, \quad (3.7)$$

поэтому в этой области можно пренебречь влиянием недиагональных элементов передаточных матриц и не учитывать взаимовлияние приводов через манипуляционный механизм и общий источник энергии.

Необходимо отметить, что чем больше коэффициенты усиления регуляторов, определяющих отношение моментов приводов к вызвавшим их рассогласованиям приводов, тем больше граничное значение частоты ω^* в формуле (3.7). Поэтому повышение добротности приводов по моменту и применение ПИ-регуляторов способствует динамической развязке каналов управления исполнительной системы.

Условие (3.6) выполняется обычно вплоть до частоты среза разомкнутых приводов. В этом диапазоне значений частоты исполнительная система эквивалентна совокупности невзаимосвязанных (изолированных) приводов. Поэтому выбор средств коррекции из условия обеспечения точности воспроизведения задающих воздействий может выполняться с помощью моделей выделенных следящих систем.

В области высоких частот инерционные силы преобладают над другими составляющими. Поэтому

$$X(j\omega) \approx -\omega^2 A,$$

а матрица частотных характеристик исполнительной системы имеет вид:

$$\Phi(j\omega) \approx -\frac{1}{\omega^2} A^{-1} W_m(j\omega).$$

Последнее соотношение показывает, что в области высоких частот динамические свойства исполнительной системы определяются компонентами матрицы инерционных коэффициентов и матрицы прямых цепей приводов. При этом исполнительная система становится подобной комплексу приводов, в которых разомкнуты обратные связи по положению, а объекты управления обладают только инерционными характеристиками.

Следует отметить, что взаимосвязи каналов управления, обусловленные ненулевыми недиагональными элементами матрицы A , на высоких частотах полностью сохраняются. Это приводит к тому, что АЧХ прямых каналов исполнительной системы расположены выше АЧХ выделенных систем на постоянную величину, не зависящую от частоты. ФЧХ выделенных следящих систем не отличаются на высоких частотах от ФЧХ каналов исполнительной системы. Сказанное можно проиллюстрировать на простом примере. Пусть

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{vmatrix} \bar{a}_{11} & \bar{a}_{12} \\ \bar{a}_{21} & \bar{a}_{22} \end{vmatrix},$$

$$\text{причем } \bar{a}_{11} = \frac{1}{a_{11} - \frac{a_{12}a_{21}}{a_{22}}}, \quad \bar{a}_{22} = \frac{1}{a_{22} - \frac{a_{12}a_{21}}{a_{11}}}.$$

Видно, что эквивалентный инерционный параметр, аналогичный моменту инерции объекта управления, меньше, чем в сепаратном приводе:

$$J_{\text{экви}_1} = a_{11} - \frac{a_{12}a_{21}}{a_{22}},$$

$$J_{\text{экви}_2} = a_{22} - \frac{a_{12}a_{21}}{a_{11}}.$$

В области средних частот (обычно в районе значений частот среза разомкнутых приводов) все составляющие матрицы $H(j\omega)$ соизмеримы. Поэтому на этих частотах проявляется наиболее заметное взаимовлияние каналов управления исполнительной системы. Это явление еще более усиливается из-за интенсивного снижения динамической жесткости приводов на частотах, превышающих частоты среза. Эффекты взаимовлияния сказываются на запасах устойчивости приводов, как правило, уменьшая их значения в исполнительной системе по сравнению с выделенными следящими системами.

Концепции сепаратного привода соответствует модель объекта управления в виде:

$$M_{\text{пр}i} = (J_{\text{экви}i}p^2 + b_{ii}p + c_{ii})q_i + M_{\text{вн}i},$$

где $M_{\text{вн}i}$ — внешний возмущающий момент сил, принимаемый не зависящим от обобщенных координат манипулятора; $J_{\text{экви}i}$ — эквивалентный момент инерции. На низких частотах $J_{\text{экви}i}$ следует принимать равным a_{ii} , а на высоких частотах его правильнее выбирать равным \bar{a}_{ii}^{-1} . Если учесть, что величина $J_{\text{экви}i}$ оказывает влияние на свойства привода и запасы устойчивости в основном на частотах выше частоты среза, то можно рекомендовать $J_{\text{экви}i} = \frac{1}{a_{ii}}$. Неопределенность $J_{\text{экви}i}$ является следствием специфики манипуляционного механизма как объекта управления в исполнительной системе робота.

Существенно, что величины a_{ii} и \bar{a}^{-1} являются функциями опорных координат и массы груза в схвате. Поэтому $J_{\text{экви}i}$ — переменный параметр, значение которого определяется, в частности, выбором точки на траектории. Переменными являются также значения коэффициентов b_{ii} и c_{ii} , причем эти значения могут быть как положительными, так и отрицательными.

Запасы устойчивости i -го привода исполнительной системы увеличиваются и стремятся в пределе к запасам устойчивости i -го сепаратного привода при увеличении динамической жесткости всех других приводов. В то же время увеличение коэффициентов усиления в регуляторе i -го привода может отрицательно повлиять на устойчивость этого привода. Поэтому требуется согласованное изменение жесткости всех приводов, и в этом состоит особенность исполнительной системы.

Нельзя полностью доверять оценкам качества приводов исполнительной системы, вытекающим из свойств сепаратных приводов. Необходима проверка динамических свойств исполнительной системы в целом, например, путем моделирования с помощью ЭВМ. Но так как первый расчет средств коррекции выполняется на основании моделей выделенных следящих систем, то рекомендуется, назначая их желаемые свойства, увеличивать запас устойчивости по сравнению с тем, который нужен для сепаратного привода. Особенно важно это для области частот, превышающих частоту среза сепаратного привода.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И СВОЙСТВА НЕИЗМЕНЯЕМОЙ ЧАСТИ СЕПАРАТНОГО ПРИВОДА ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Введение понятия сепаратного привода (выделенной следящей системы) позволит проводить анализ и синтез исполнительной системы робота по частям — для каждого канала управления в отдельности. Для этого необходимо определить неизменяемую часть привода, достраиваемую затем регуляторами, образующими корректируемую часть привода и подлежащими выбору при динамическом синтезе привода как следящей системы.

Неизменяемой частью сепаратного привода будем называть совокупность силовой части привода и часть манипуляционного механизма, приводимую в движение данным приводом.

В случае использования двигателя постоянного тока и абсолютно жесткого редуктора схема неизменяемой части привода имеет вид, изображенный на рис. 10, которому соответствует модель:

$$q_i = W_{u_i}(p)u_i - W_{f_i}(p)M_{вн_i},$$

где $W_{u_i}(p)$ — передаточная функция неизменяемой части i -го привода по управляющему воздействию; $W_{f_i}(p)$ — передаточная функция неизменяемой части по возмущающему воздействию:

$$W_{u_i}(p) = \frac{K_{пп_i}/K_{\omega_i}}{(T_{пп_i}p + 1)Q_i(p)};$$

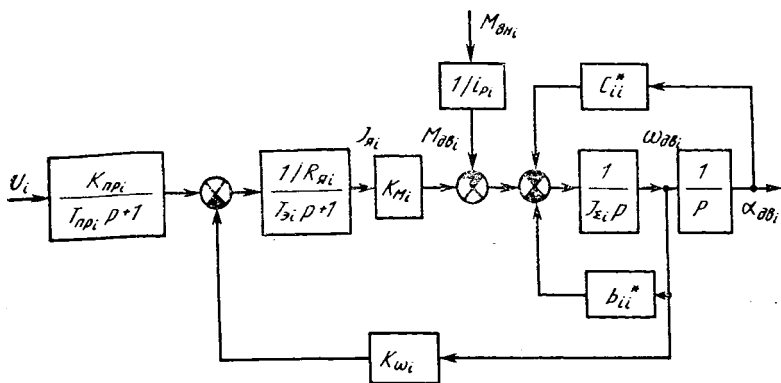


Рис. 10. Структурная схема неизменяемой части сепаратного привода

$$W_{f_i}(p) = \frac{R_{\alpha_i}}{i_{p_i} K_{M_i} K_{\omega_i}} \frac{(T_{\alpha_i} p + 1)}{Q_i(p)},$$

где $Q_i(p) = Q_{0i} p^3 + Q_{1i} p^2 + Q_{2i} p + Q_{3i}$ — характеристический оператор подсистемы двигатель—объект управления.

$$Q_{0i} = \frac{J_{\Sigma_i} L_{\alpha_i}}{K_{M_i} K_{\omega_i}}; \quad Q_{1i} = \frac{J_{\Sigma_i} R_{\alpha_i} + L_{\alpha_i} b_{ii}^*}{K_{M_i} K_{\omega_i}};$$

$$Q_{2i} = 1 + \frac{R_{\alpha_i} b_{ii}^* + L_{\alpha_i} c_{ii}^*}{K_{M_i} K_{\omega_i}}; \quad Q_{3i} = \frac{R_{\alpha_i} c_{ii}^*}{K_{M_i} K_{\omega_i}}.$$

В этих выражениях J_{Σ_i} — суммарный момент инерции, приведенный к валу двигателя, причем

$$J_{\Sigma_i} = J_{дв_i} + J_{экв_i} \cdot i_{p_i}^{-2};$$

$$c_{ii}^* = c_{ii} i_{p_i}^{-1},$$

$$b_{ii}^* = b_{ii} i_{p_i}^{-1}.$$

Для дальнейшего изучения свойств неизменяемой части привода целесообразно представить ее структурную схему в более компактном виде (рис. 11). Видно, что свойства в основном определяются характером оператора $Q_i(p)$. При $c_{ii} \neq 0$ неизменяемая часть привода представляет собой статический объект, что свидетельствует о возможности потери ею интегрирующего свойства при наличии позиционных связей в модели манипуляционного механизма. Это надо учитывать при выборе структуры регулятора.

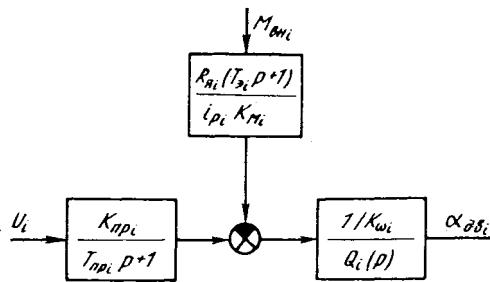


Рис. 11. Преобразованная структурная схема неизменяемой части сепаратного привода

В низкочастотной области ЛАХ неизменяемой части привода будет иметь нулевой наклон. Частоту излома ЛАХ можно найти, если предположить, что выполняются условия

$$T_{\omega_i} \left(\frac{b_{ii}^*}{J_{\Sigma i}} - Q_{zi} \right) \ll 1,$$

$$c_{ii}^* T_{\omega_i} + b_{ii}^* \ll \frac{K_{M_i} K_{\omega_i}}{R_{\Sigma i}}$$

ввиду малости значений параметров T_{ω_i} , c_{ii}^* , b_{ii}^* . Тогда оператор $Q_i(p)$ можно разложить на множители:

$$Q_i(p) \approx (T_{ni} p + 1)(r_{oi} p^2 + r_{li} p + 1) Q_{zi}, \quad (3.8)$$

где T_{ni} — постоянная времени эквивалентного звена первого порядка, обусловленного позиционными связями.

$$T_{ni} \approx \frac{1}{Q_{zi}}; \quad r_{oi} \approx \frac{J_{\Sigma i} L_{\Sigma i}}{K_{M_i} K_{\omega_i}}; \quad r_{li} \approx \frac{J_{\Sigma i} R_{\Sigma i} + L_{\Sigma i} b_{ii}^*}{K_{M_i} K_{\omega_i}}.$$

Следует обратить внимание на то, что при $c_{ii} < 0$ образуется неминимальнофазовое звено ($T_{ni} < 0$), а неизменяемая часть привода становится неустойчивым объектом. В этом случае устойчивость исполнительной системы может быть обеспечена только за счет регуляторов приводов.

Звено второго порядка с передаточной функцией

$$R_i(p) = \frac{1}{r_{oi} p^2 + r_{li} p + 1}$$

может быть колебательным звеном или распадаться на два аperiодических звена в зависимости от значения параметров двигателя, редуктора и эквивалентного объекта управления.

Колебательное звено имеет место при выполнении условия:

$$4r_{oi} > r_{li}^2. \quad (3.9)$$

Тогда постоянная времени $T_i = \sqrt{r_{oi}}$, а коэффициент относи-

тельного демпфирования $\xi_i = \frac{r_{li}}{2\sqrt{r_{oi}}}$.

Если условие (3.9) не выполняется, то постоянные времени апериодических звеньев T_{1i} и T_{2i} определяются в соответствии с формулами:

$$\begin{aligned} T_{1i} &= \frac{r_{1i}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{r_{1i}^2 - 4r_{0i}}, \\ T_{2i} &= \frac{r_{2i}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{r_{1i}^2 - 4r_{0i}}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

В частности, когда величины b_{ii}^* и c_{ii}^* пренебрежимо малы, наблюдается тривиальный случай:

$$R(p) \approx \frac{1}{(T_{M_i} T_{\varepsilon_i} p^2 + T_{M_i} p + 1)},$$

где $T_{M_i} = \frac{J_{\Sigma_i} R_{\varepsilon_i}}{K_{M_i} K_{\omega_i}}$; $T_{\varepsilon_i} = L_{\varepsilon_i} R_{\varepsilon_i}^{-1}$.

К такому варианту фактически сводится исходное выражение и при выполнении условия $L_{\varepsilon_i} b_{ii}^* \ll J_{\Sigma_i} R_{\varepsilon_i}$.

При $T_{M_i} < 4T_{\varepsilon_i}$ образуется колебательное звено с параметрами

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{1}{K_{M_i}} \sqrt{L_{\varepsilon_i}} \cdot \sqrt{J_{\Sigma_i}}, \\ \xi_i &= \frac{R_{\varepsilon_i}}{2K_{M_i} \sqrt{L_{\varepsilon_i}}} \cdot \sqrt{J_{\Sigma_i}}. \end{aligned}$$

Минимальные значения постоянной времени и коэффициента относительного демпфирования будут в том случае, когда двигатель отключен от манипулятора и поэтому $J_{\Sigma_i} = J_{дв_i} = \text{const}$. Во всех других случаях $J_{\Sigma_i} > J_{дв_i}$ и с ростом момента инерции $J_{\varepsilon_{кв_i}}$ значения параметров T_i и ξ_i увеличиваются. При значительном возрастании J_{Σ_i} образуются два апериодических звена, причем в пределе $T_{1i} \rightarrow T_{\varepsilon_i} = \text{const}$, а вторая постоянная времени T_{2i} стремится к значению электромеханической постоянной времени неизменяемой части привода T_{M_i} , пропорциональной величине J_{Σ_i} .

Свойства неизменяемой части привода исполнительной системы нестабильны и характеризуются семейством частотных характеристик, так как в процессе функционирования робота

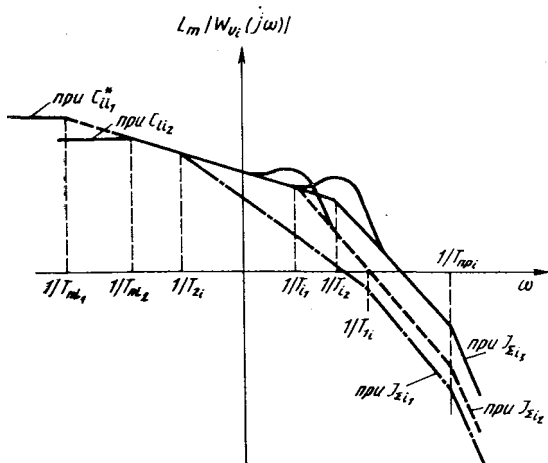


Рис. 12. Семейство логарифмических амплитудно-частотных характеристик неизменяемой части сепаратного привода

$$(J_{\Sigma i_1} > J_{\Sigma i_2} > J_{\Sigma i_3}; c_{ii1}^* < c_{ii2}^*)$$

изменяются значения параметров объекта управления, например суммарного момента инерции. Типовые ЛАХ (рис. 12) показывают, что при уменьшении эквивалентного момента инерции объекта управления $J_{\Sigma_{кв}i}$ сближаются значения постоянных времени T_i и $T_{пр i}$, поэтому уменьшаются запасы устойчивости и труднее скорректировать привод.

Изменение формы ЛАХ происходит также в связи с изменением значений параметров c_{ii}^* и b_{ii}^* . В частности, коэффициент c_{ii}^* влияет на низкочастотную часть характеристики. Проектируемые средства коррекции приводов должны обеспечить стабилизацию динамических свойств исполнительной системы при нестабильных параметрах неизменяемых частей сепаратных приводов.

4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ ПРИВодОВ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ

ПОДХОД К ПРОЕКТИРОВАНИЮ РЕГУЛЯТОРОВ ПРИВодОВ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Назначение регуляторов приводов состоит в том, чтобы обеспечить выполнение требований к исполнительной системе по точности, устойчивости и качеству переходных процессов и таким образом способствовать достижению цели управления. Обстоятельствами, осложняющими выбор структуры и значений параметров регуляторов приводов исполнительных систем роботов, являются неустойчивость параметров манипуляционного механизма, взаимовлияние каналов управления, наличие внешних силовых воздействий и позиционных силовых связей, погрешности датчиков информации, используемых для создания корректирующих обратных связей.

Эффективными путями повышения динамической точности приводов являются увеличение коэффициентов усиления сигналов рассогласования при одновременном введении средств коррекции, способствующих возрастанию запасов устойчивости, применение ПИ-регуляторов и построение комбинированных систем с искусственными компенсирующими связями по задающим и возмущающим воздействиям. Введение комбинированного управления по производным от задающих воздействий — основное направление снижения ошибок воспроизведения программной траектории исполнительными системами, предназначенными для роботов с контурным управлением.

Исходные требования к исполнительной системе в целом могут быть трансформированы в требования к приводу того или иного звена манипулятора и представлены в виде его желаемой ЛАХ по цепи преобразования задающего воздействия в регулируемую

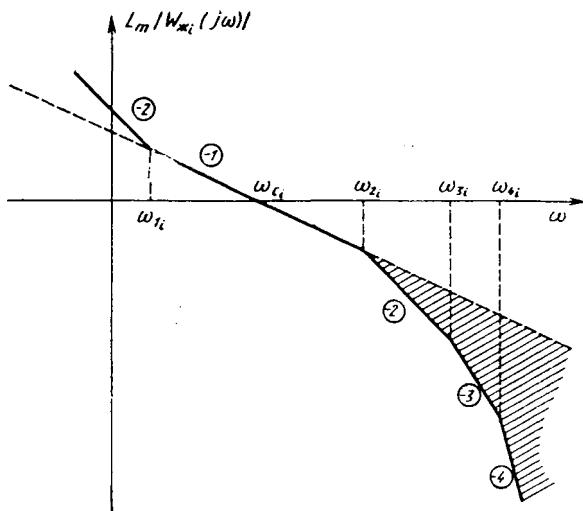


Рис. 13. Желаемая ЛАХ сепаратного привода исполнительской системы с контурами подчиненного регулирования

переменную (обобщенную координату механизма). Особенности определения параметров и построения асимптотической желаемой ЛАХ разомкнутого привода $L_m|W_{жi}(j\omega)|$ (рис. 13), в том числе при применении комбинированного управления, рассмотрены в пособии [2]. При формировании ЛАХ и синтезе средств коррекции используется концепция сепаратного привода. Специфика исполнительных систем отразилась в том, что из-за неустойчивости свойств неизменяемой части привода вводится область возможного расположения желаемой ЛАХ (заштрихованная область на рис. 13) и, таким образом, допускается не одна желаемая ЛАХ, а семейство частотных характеристик.

Вместе с тем в области частот $\omega < \omega_{2i}$, в основном определяющей динамические свойства привода, желаемая ЛАХ имеет устойчивый участок.

Значения частот сопряжения асимптот желаемой ЛАХ определяются выбором параметров m_1, \dots, m_4 , входящих в соотношения $\omega_{ki} = m_i \cdot \omega_{ci}$, где $i = \overline{1,4}$; ω_{ci} — значение частоты среза сепаратного привода, удовлетворяющее требованию к длительности переходного процесса при выбранном типе низкочастотной части желаемой ЛАХ [2]. Можно рекомендовать $m_1 = 0,2$; $m_2 = 5$; $m_3 = 20$; $m_4 = 50$. Для повышения быстродействия и устранения перерегулирования полезно принять $m_1 = 0$ и таким образом исключить асимптоту с наклоном — 40 дБ/дек в низкочастотной час-

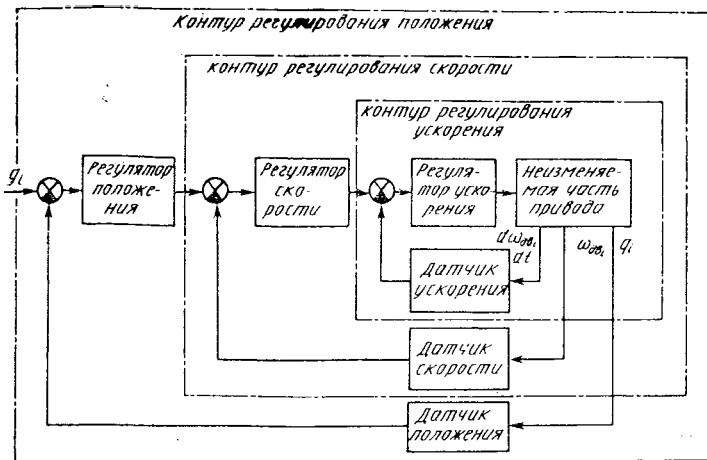


Рис. 14. Блок-схема исполнительного привода

ти желаемой ЛАХ. Однако при этом могут возрасти скоростные ошибки, поэтому допустимость такого решения надо проверять при комплексном исследовании свойств привода с учетом всех влияющих на него факторов.

Для повышения стабильности динамических свойств приводов исполнительной системы применяются корректирующие обратные связи, элементы которых должны иметь постоянные параметры. Из рассмотрения формы желаемой ЛАХ следует необходимость введения корректирующих обратных связей по скорости для создания участка с наклоном -20 дБ/дек в районе частоты среза и по ускорению для образования асимптоты с наклоном -40 дБ/дек в области частот $\omega_3 > \omega > \omega_2$. Таким образом, регулятор привода должен содержать в общем случае элементы для образования трех обратных связей: главной обратной связи по положению звена манипулятора и обратных связей по скорости и ускорению этого звена. Часто последние две связи заменяют связями по скорости и ускорению движения вала двигателя.

Для реализации средств коррекции приводов исполнительных систем широко используется принцип построения подчиненных контуров регулирования. Тогда регулятор привода образуется из трех регуляторов — положения, скорости и ускорения (рис. 14). Преимущество такого подхода состоит в том, что контуры регулирования можно настраивать по очереди: сначала внутренний, затем внешний. Настроенный внутренний контур выступает в роли объекта управления для регулятора внешнего контура.

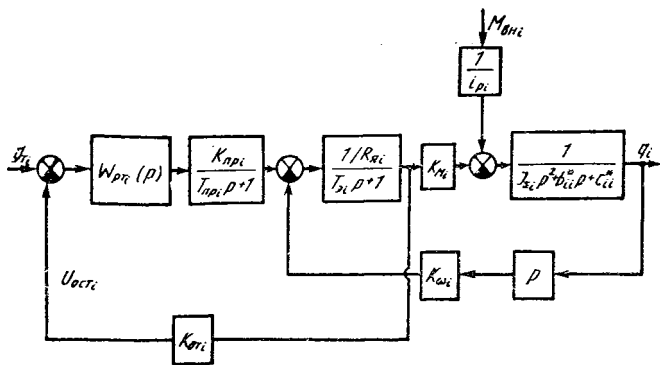


Рис. 15. Структурная схема контура регулирования тока

Каждый регулятор содержит в общем случае ядро, реализующее выбранный способ управления, усилитель и последовательное корректирующее устройство для улучшения динамических свойств создаваемого контура регулирования.

Задачей внутреннего контура регулирования является создание наиболее благоприятных условий для выполнения требований, предъявляемых к внешнему контуру регулирования. Такие условия возникают при расширении полосы пропускания замкнутого внутреннего контура регулирования. Поэтому целесообразно выбирать структуру и значения параметров регулятора из условия максимизации полосы пропускания замкнутого контура при обеспечении требуемых запасов устойчивости этого контура. В качестве препятствий на этом пути выступают нестабильность свойств, нелинейности характеристик и не поддающиеся компенсации малые постоянные времени реальных устройств неизменяемой части привода.

При построении контура регулирования ускорения более просто реализуются связи не по ускорению, а по моменту двигателя, который пропорционален току в якорной цепи электродвигателя или перепаду давлений в полостях гидродвигателя. Замена связи по ускорению связью по току широко используется, поскольку ускорение определяется главным образом моментом, развиваемым двигателем, однако эти связи не эквивалентны. В результате образуется контур регулирования момента, который для электродвигателя превращается в контур регулирования тока в якорной цепи.

На структурной схеме этого контура (рис. 15) обозначены передаточная функция регулятора тока $W_{р_{\tau_i}}(p)$, коэффициент передачи $K_{д_{\tau_i}}$ датчика тока, задающее воздействие на входе этого контура g_{τ_i} , представляющее собой напряжение, пропорциональ-

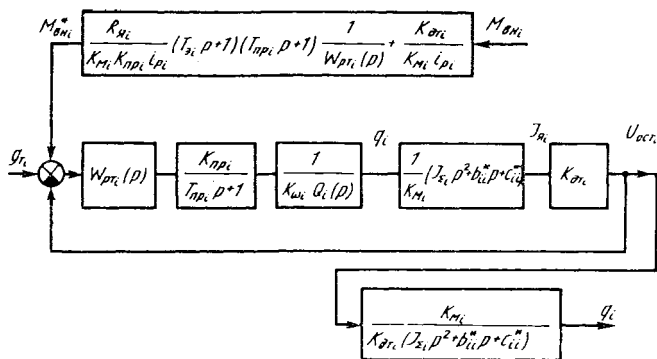


Рис. 16. Преобразованная структурная схема контура регулирования тока

ное желаемому току электродвигателя, и напряжение обратной связи по току $U_{ост_i}$. Индекс i соответствует номеру привода в исполнительной системе робота. Для дальнейшего исследования свойств контура регулирования тока целесообразно преобразовать его структурную схему к виду, приведенному на рис. 16, выделив подсистему с единичной отрицательной обратной связью по величине $U_{ост}$ и приведя возмущающее воздействие ко входу контура.

Замкнутый контур регулирования тока является специфическим объектом управления в контуре регулирования скорости. Поэтому необходимо учитывать влияние динамики первого контура на второй. Доминирующие свойства выделенной замкнутой подсистемы характеризуются передаточной функцией:

$$\Phi_{\tau i}(p) = \frac{1}{T_{\tau i}^2 p^2 + 2z_{\tau i} T_{\tau i} p + 1}, \quad (4.1)$$

причем выбором параметров регулятора тока должно обеспечиваться достаточно малое значение постоянной времени $T_{\tau i}$ для расширения в требуемых пределах полосы пропускания контура регулирования тока.

Особенность привода исполнительной системы робота состоит в том, что в прямую цепь контура регулирования скорости, помимо звена с передаточной функцией $\Phi_{\tau i}(p)$, входит элемент, содержащий параметры манипуляционного механизма, которые являются неустойчивыми. В частности, при $b_{ii}^* = c_{ii}^* = 0$ коэффициент усиления разомкнутого контура скорости обратно пропорционален моменту инерции $J_{\Sigma i}$. Поэтому для такого привода характерно наличие семейства частотных

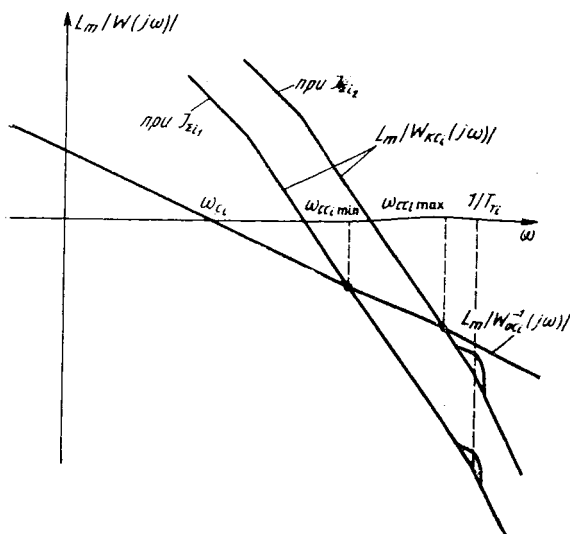


Рис. 17. Частотные характеристики разомкнутого контура регулирования скорости ($J_{\Sigma 1} \geq J_{\Sigma 2}$)

(характеристик $W_{KC_i}(j\omega)$) разомкнутого контура регулирования скорости (рис. 17). Среднечастотный участок ЛАХ разомкнутого привода образуется с помощью жесткой отрицательной обратной связи по скорости двигателя, соответствующей передаточной функции $W_{oc_i}(p)$. Нетрудно обнаружить, что при вариации параметров объекта управления происходит изменение частоты среза контура регулирования скорости ω_{cc_i} в диапазоне от $\omega_{cc_i \min}$ до $\omega_{cc_i \max}$. Опыт изучения свойств исполнительных систем роботов показывает, что наиболее значительным влиянием на частоту среза ω_{cc_i} обладает момент инерции $J_{\Sigma i}$. Поэтому в первом приближении можно принять

$$\frac{\omega_{cc_i \max}}{\omega_{cc_i \min}} = K_{Ji} = \frac{J_{\Sigma i \max}}{J_{\Sigma i \min}}.$$

Исходные требования к желаемой ЛАХ привода могут быть преобразованы в требования к параметрам контуров регулирования скорости и тока, а затем использованы для выбора структур и параметров регуляторов. На основании условия $\omega_{\partial i} = m_2 \omega_{cc_i}$ имеем $\omega_{cc_i \min} \geq m_2 \omega_{cc_i}$.

$$(4.2)$$

При замыкании обратной связи по скорости должны формироваться аperiodические звенья для обеспечения неколебательного переходного процесса при любых допустимых значениях параметров объекта управления. Поэтому должно выполняться условие:

$$\omega_{ccj \max} \leq \frac{1}{8T_{\tau i}}. \quad (4.3)$$

Отсюда следует требование к выбору постоянной времени $T_{\tau i}$ контура регулирования тока:

$$T_{\tau i} \leq \frac{1}{8K_{Ji} m_2 \omega_{ci}}. \quad (4.4)$$

В частности, при рекомендуемом значении $m_2 = 5$ получим

$$T_{\tau i} \leq \frac{1}{40K_{Ji} \omega_{ci}}.$$

Видно, что требования к полосе пропускания и характеру переходных процессов привода в целом определяют требования к динамическим свойствам контуров регулирования тока и скорости с учетом возможных изменений параметров объекта управления исполнительной системы робота.

При значительном различии величин T_{m_i} и T_{θ_i} ЛАХ неизменяемой части имеет протяженный участок с наклоном $-40 \frac{\text{дБ}}{\text{дек}}$.

Если при минимальном значении момента инерции $J_{\Sigma i}$ выполняется условие $4T_{1i} \leq T_{2i}$ (см. формулу 3.10), то регулятор тока может отсутствовать, так как появляется возможность введения обратной связи по скорости без коррекции по ускорению. При этом одновременно должны соблюдаться два условия:

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{экви}} &\leq \frac{1}{2\omega_{ccj \max}}, \\ T_{\text{экви}} &\leq \frac{1}{4\omega_{ccj \min}}, \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

где $T_{\text{экви}} = T_{1i} + T_{\text{пр}i}$ — эквивалентная постоянная времени. При $m_2 = 5$ имеем $T_{\text{экви}} \leq \frac{1}{10\omega_{ci} \cdot \max(2, K_{Ji})}$, причем в качестве первого приближения для T_{1i} можно принять T_{θ_i} .

Особенности проектирования регулятора
контура тока

Из рассмотрения структурной схемы контура регулирования тока (см. рис. 16), следует, что передаточная функция входящих в его состав элементов неизменяемой части привода имеет вид:

$$W_{нт_i}(p) = \frac{K_{пр_i} K_{дт_i}}{K_{м_i} K_{\omega_i}} \frac{(J_{\Sigma_i} p^2 + b_{ii}^* p + c_{ii}^*)}{(T_{пр_i} p + 1) Q_i(p)}$$

или с учетом (3.8)

$$W_{нт_i}(p) = \frac{K_{пр_i} K_{дт_i} (J_{\Sigma_i} p^2 + b_{ii}^* p + c_{ii}^*)}{(K_{м_i} K_{\omega_i} p + R_{я_i} c_{ii}^*) (r_{0i} p^2 + r_{1i} p + 1) (T_{пр_i} p + 1)}$$

Частотная характеристика объекта с такой передаточной функцией существенно изменяется при вариации параметров манипуляционного механизма. Изменения происходят в низкочастотной области, тогда как высокочастотная часть характеристики остается стабильной (рис. 18). Такой вид ЛАХ позволяет упростить анализируемый объект, рассматривая случай $b_{ii}^* = c_{ii}^* = 0$. Тогда

$$W_{нт_i}(p) \approx \frac{K_{пр_i} K_{дт_i} J_{\Sigma_i} p}{K_{м_i} K_{\omega_i} (r_{0i} p^2 + r_{1i} p + 1) (T_{пр_i} p + 1)}$$

Расширения [полосы пропускания контура регулирования скорости в сторону низких частот вплоть до $\omega = 0$ можно добиться, применив ПИ-регулятор. Более просто реализуется П-регулятор, дающий возможность получить требуемую полосу пропускания изменением коэффициента усиления регулятора.

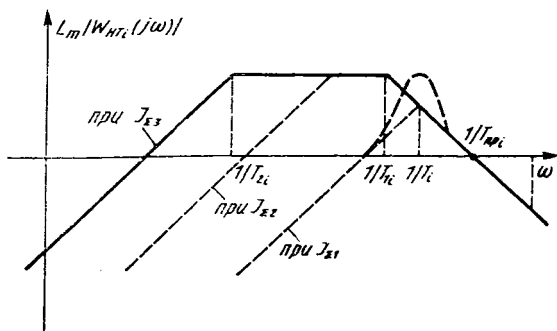


Рис. 18. Частотные характеристики объекта в контуре регулирования тока ($J_{\Sigma_3} > J_{\Sigma_2} > J_{\Sigma_1}$)

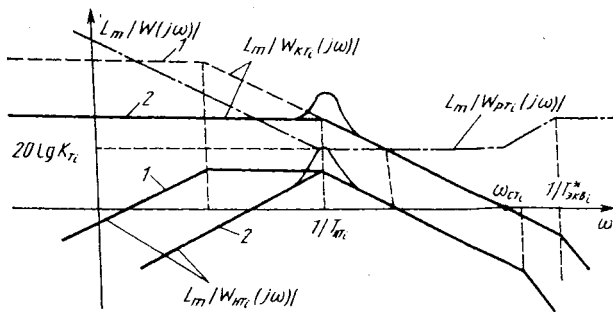


Рис. 19. Частотные характеристики разомкнутого контура регулирования тока:

1 — при $J_{\Sigma i_1}$; 2 — при $J_{\Sigma i_2}$ ($J_{\Sigma i_1} > J_{\Sigma i_2}$)

Преимущества ПИ-регулятора, широко применяемого на практике, состоят в том, что он позволяет снизить влияние возмущающего момента и повысить точность формирования момента двигателя в установившемся режиме и в динамике. Действительно, выражение одной из составляющих эквивалентного возмущающего воздействия, приведенного по входу контура тока, содержит множитель $W_{P_{T_i}}^{-1}(p)$ (см. рис. 16). При выборе

$$W_{P_{T_i}}(p) = \frac{T_{ит_i}p + 1}{T_{ит_i}p} K_{T_i},$$

где $T_{ит_i}$, K_{T_i} — постоянная времени и коэффициент усиления регулятора, исключается установившаяся ошибка, вызванная рассматриваемой составляющей постоянного возмущающего воздействия. Однако другая составляющая погрешности, внесенная токовой связью и пропорциональная коэффициенту передачи $K_{дт_i}$ датчика тока, не может быть полностью устранена регулятором тока без ущерба для качества воспроизведения полезного воздействия g_{T_i} . Эта ошибка может быть уменьшена путем выбора малого значения коэффициента $K_{дт_i}$.

Параметры регулятора назначаются таким образом, что при замыкании обратной связи по току образуется звено с передаточной функцией (4.1), причем

$$T_{T_i} \approx \frac{1}{\omega_{сг_i} \sqrt{2}}; \zeta_{T_i} \approx 0,7. \quad (4.6)$$

Здесь $\omega_{сг_i}$ — частота среза контура регулирования тока. Представляется целесообразным выбор $T_{ит_i} = T_{I' \text{ min}}$, соответствующий минимальному значению момента инерции $J_{\Sigma i}$.

Синтез регулятора осуществляется с помощью ЛАХ (рис. 19) и начинается с задания величины $\omega_{сг_i}$, соответствующей тре-

буемому значению постоянной времени T_{Ti} по формуле (4.4). Но частота среза должна не менее чем в 2 раза превышать максимальные значения величин T_{Ti}^{-1} или T_i^{-1} , характеризующих динамические свойства неизменяемой части привода. Сопрягающая частота $\frac{1}{T_{экви}^*}$ желаемой ЛАХ контура регулирования тока назначается равной $2\omega_{сгг}$. Если оказывается, что $T_{экви}^* < T_{прi}$, то в регулятор вводится дополнительное последовательное корректирующее устройство с передаточной функцией

$$W_{птi}(p) = \frac{T_{прi}p + 1}{T_{экви}^*p + 1}.$$

Однако возможности такой коррекции ограничены из-за нелинейности силового преобразователя и возрастания влияния помех на ошибку привода. Поэтому $T_{прi}$ не должно отличаться от желаемого значения $T_{экви}^*$ более чем в 3...5 раз. В противном случае требуется использовать более быстродействующий силовой преобразователь.

Для повышения динамической точности контура тока представляется целесообразным выбор постоянной времени регулятора $T_{итi}$, равной минимальному значению T_{1i} (или T_i), соответствующему минимальному моменту инерции $J_{\Sigma i}$. Форма частотных характеристик регулятора и разомкнутого контура регулирования тока $W_{китi}(j\omega)$ представлена на рис. 19. Значение коэффициента усиления регулятора K_{Ti} зависит от вида ЛАХ объекта в контуре тока $L_m |W_{итi}(j\omega)|$ и определяется непосредственно по построенной частотной характеристике $|W_{птi}(j\omega)|$.

Синтез регулятора для контура регулирования скорости

Выбор значений параметров регулятора скорости осуществляется на основании анализа структурной схемы контура регулирования скорости (рис. 20) и передаточной функции $W_{исi}(p)$ регулирующего объекта управления, представляющего собой замкнутый контур регулирования тока с элементами обратной связи по скорости:

$$W_{исi}(p) = \frac{K_{Mi}K_{дсi}\Phi_{Ti}(p)p}{K_{дти}(J_{\Sigma i}p^2 + b_{ii}^*p + c_{ii}^*)}, \quad (4.7)$$

где к введенным ранее обозначениям добавлен коэффициент передачи датчика скорости $K_{дсi}$. Из формулы (4.7) следует,

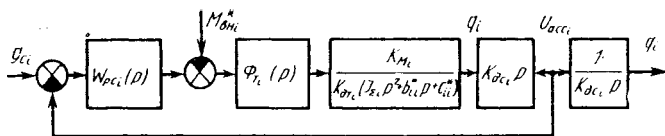


Рис. 20. Структурная схема контура регулирования скорости

что этот объект не обладает в общем случае интегрирующим свойством из-за действия позиционных и скоростных связей в манипуляционном механизме (при $c_{ii}^* \neq 0$ и $b_{ii}^* \neq 0$). Позиционная связь приводит к падению коэффициента передачи на низких частотах, причем при $\omega \rightarrow 0$ этот коэффициент стремится к нулю.

Для повышения точности обработки входного воздействия g_{ci} и устранения статических ошибок привода, вызванных действием возмущаемого воздействия $M_{вн}$, регулятор скорости должен содержать ядро, реализующее пропорционально-интегральное управление. Его передаточная функция имеет вид:

$$W_{rci}(p) = K_{ci} \frac{T_{исi} p + 1}{T_{исi} p},$$

где K_{ci} , $T_{исi}$ — коэффициент усиления и постоянная времени регулятора скорости. Значения этих параметров могут быть найдены в результате анализа свойств разомкнутого контура регулирования скорости, имеющего передаточную функцию:

$$W_{кci}(p) = W_{исi}(p) W_{rci}(p).$$

При условии выполнения требования (4.3) значение K_{ci} определяется с помощью ЛАХ разомкнутого контура скорости по заданному значению частоты среза $\omega_{сci \max}$ (рис. 21). В качестве первого приближения можно принять

$$K_{ci} = \omega_{сci \max} \frac{J_{\Sigma i \min} K_{ЛТ i}}{K_{M_i} K_{\partial c_i}}.$$

Из соображений уменьшения перерегулирования в переходном процессе и усиления компенсирующего действия ПИ-регулятора скорости в отношении изменяющихся составляющих возмущения компромиссным решением следует считать:

$$T_{исi} = \frac{1}{5 \omega_{сci \min}}.$$

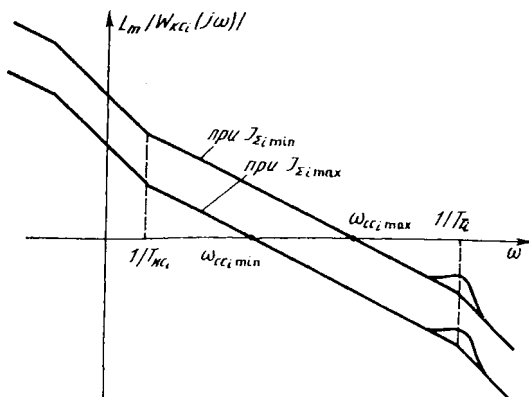


Рис. 21. Частотные характеристики контура регулирования скорости

ПИ-регулятор скорости способствует также устранению статических ошибок, вызываемых погрешностью датчика тока и дрейфом устройств в контуре тока, например операционных усилителей.

Построение регуляторов положения

Точность позиционирования и воспроизведения задающего воздействия приводом исполнительной системы при выполнении требований к качеству переходных процессов обеспечивается регулятором контура положения (рис. 22). Регулируемая переменная q_i измеряется с помощью датчика положения с коэффициентом передачи $k_{дп_i}$. Задающее воздействие g_i на входе привода преобразуется с помощью замкнутого контура регулирования положения. В него входят регулятор с передаточной функцией $W_{рп_i}(p)$ и результирующий объект управления, имеющий передаточную функ-

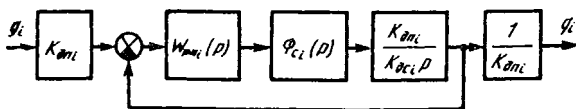


Рис. 22. Структурная схема контура регулирования положения

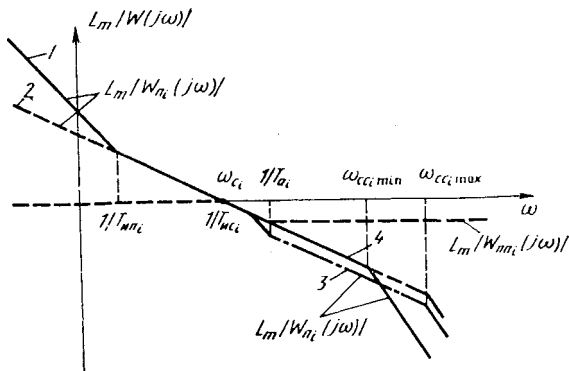


Рис. 23. Частотные характеристики разомкнутого привода при постоянном значении $T_{a_i} = T_{kc_i} \text{ min}$: 1 — с ядром регулятора, реализующим ПИ-регулирование; 2 — с ядром регулятора, реализующим П-регулирование; 3 — при $J_{\Sigma i} \text{ min}$; 4 — при $J_{\Sigma i} \text{ max}$

цию $\Phi_{c_i}(p)$ и представляющий собой замкнутый контур регулирования скорости.

$$\Phi_{c_i}(p) \approx \frac{(T_{nc_i}p + 1)}{(T_{kc_i}p + 1)(T_{cc_i}p + 1)(T_{\tau_i}^2 p^2 + 2\zeta_{\tau_i} T_{\tau_i} p + 1)},$$

где $T_{cc_i} \approx \frac{1}{\omega_{cc_i}}$, T_{kc_i} — постоянная времени аperiodического звена,

образующегося при замыкании контура скорости, содержащего ПИ-регулятор. Значение T_{kc_i} зависит от произведения величин ω_{cc_i} и T_{nc_i} и при его увеличении стремится к значению постоянной времени T_{nc_i} .

Видно, что свойства объекта в контуре положения изменяются при варьировании параметров манипуляционного механизма, так как частота среза контура скорости, а следовательно, и параметры T_{c_i} и T_{kc_i} нестабильны. Однако при выполнении условия (4.2) это обстоятельство слабо сказывается на динамических свойствах привода в целом.

В простейшем случае может использоваться П-регулятор положения. Тогда выбирают коэффициент усиления сигнала расогласования $K_{п_i}$ так, чтобы общий коэффициент передачи разомкнутого привода с передаточной функцией

$$W_{п_i}(p) = \frac{W_{п_i}(p)\Phi_{c_i}(p)K_{дп_i}}{pK_{дс_i}}$$

был равен требуемому значению частоты среза ω_{c_i} (рис. 23):

$$K_{пi} = \omega_{сi} \frac{K_{дсi}}{K_{дпi}}$$

Для уменьшения перерегулирования и увеличения запасов устойчивости привода в регулятор положения может быть введено последовательное интегродифференцирующее корректирующее устройство с передаточной функцией:

$$W_{ппi}(p) = \frac{T_{аi}p + 1}{T_{псi}p + 1} \quad (4.8)$$

Его особенность состоит в том, что постоянная времени форсирующего звена $T_{аi}$ должна подстраиваться таким образом, чтобы непрерывно выполнялось равенство $T_{аi} = T_{ксi}$. Реализация этой идеи оказывается непростой, так как необходимо контролировать изменения параметров манипуляционного механизма и определить закон, по которому должно вычисляться значение величины $T_{ксi}$. Возможно использование постоянного значения $T_{аi}$, но эффективность коррекции должна быть проверена путем моделирования привода с помощью ЭВМ.

Датчики скорости, например тахогенераторы, имеют погрешность, достигающую 1—2% от максимального значения скорости вала двигателя. Поэтому при наличии П-регулятора положения и небольших коэффициентах усиления сигнала рассогласования появляются заметные ошибки привода. Для их устранения необходимо ядро регулятора, реализующее пропорционально-интегральное управление в контуре регулирования положения. При этом целесообразно выбирать относительно большие значения постоянной времени регулятора $T_{ппi}$ для того, чтобы снизить перерегулирование. Можно рекомендовать $T_{ппi} = (5-10) \omega_{сi}^{-1}$.

Таким образом, в общем случае в контуре положения используется ПИД-регулятор с передаточной функцией

$$W_{рпi}(p) = K_{пi} \left(1 + \frac{K_{инi}}{p} \right) \frac{T_{аi}p + 1}{T_{псi}p + 1},$$

где коэффициент усиления интегральной составляющей $K_{инi}$ принимается равным $T_{ппi}^{-1}$. Отметим, что при настройке $K_{инi} = 0$ реализуется регулятор без интегральной составляющей закона управления.

При $K_{инi} = 0$ привод обладает наиболее высоким быстродействием и не имеет перерегулирования [2]. Такой привод рекомендуется для системы позиционного управления. Передаточная функция замкнутого привода, содержащего ПИ-регулятор положения,

имеет в числителе форсирующее звено с постоянной времени $T_{\text{инт}}^*$, а в знаменателе — звено с постоянной времени $T_{\text{в.и}} < T_{\text{инт}}$. Поэтому переходный процесс такого привода, в отличие от привода с П-регулятором, протекает с перерегулированием. Особенность состоит в том, что величина $T_{\text{в.и}}$ нестабильна, но меняется в небольших пределах. Для исключения перерегулирования целесообразно осуществлять преобразование задающего воздействия с помощью корректирующего устройства с передаточной функцией.

$$W_{\text{кп.и}}(p) = \frac{T_{\text{в.и}}^* p + 1}{T_{\text{инт}} p + 1} \quad (4.9)$$

Это устройство не охватывается обратной связью по положению и имеет постоянный параметр $T_{\text{в.и}}^*$, равный среднему значению величины $T_{\text{в.и}}$. Точность воспроизведения изменяющегося задающего воздействия выше в случае применения ПИ-регулятора положения, однако погрешность привода с П-регулятором может быть существенно снижена при использовании комбинированного управления.

ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ

Введение компенсирующих связей по производным от задающих воздействий

При использовании связей по производным от задающих воздействий по времени, реализующих управление следящим приводом по разомкнутому циклу, образуется система комбинированного управления (рис. 24). Эквивалентное звено, соответствующее этим связям и имеющее передаточную функцию $\varphi_i(p)$, выбирается ис-

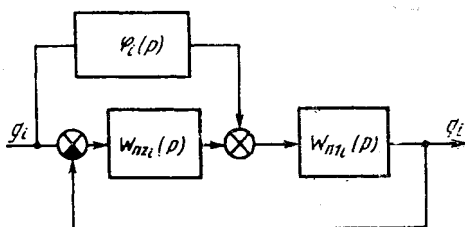


Рис. 24. Структурная схема привода исполнительной системы с компенсирующей связью по задающему воздействию

ходя из условия компенсации динамических погрешностей i -го привода исполнительской системы:

$$\Phi_i(p) = W_{\pi_i}^{-1}(p), \quad (4.10)$$

где учет действия компенсирующего устройства (4.8) можно принять

$$W_{\pi_i}(p) = \frac{\omega_{cc}(1 + T_{a_i}p)}{p(T_{kc_i}p + 1)(T_{cc_i}p + 1)(1 + v_{1i}p + v_{2i}p^2)},$$

причем v_{1i} , v_{2i} — параметры, характеризующие „малые“ постоянные времени замкнутого контура регулирования скорости. Значения параметров передаточной функции ядра регулятора положения

$$W_{\pi_{2i}}(p) = 1 + \frac{K_{\text{ип}_i}}{p}$$

не влияют на выбор значений коэффициентов звена компенсирующих связей $\Phi_i(p)$.

При точном выполнении условия (4.10) эквивалентная передаточная функция привода по ошибке

$$\Phi_{\varepsilon_3}(p) = \frac{1 - W_{\pi_i}(p)\Phi_i(p)}{1 + W_{\pi_i}(p)W_{\pi_{2i}}(p)}$$

равна нулю, а привод ставится инвариантным по отношению к задающему воздействию. В системах программного управления роботами имеется принципиальная возможность решения такой задачи. Но из-за значительных трудностей формирования высших производных и программы управления в целом часто ограничиваются введением только связей по скорости изменения задающих воздействий. При этом $\Phi_i(p) = K_{c_i}p$, коэффициент усиления K_{c_i} принимается равным $\omega_{c_i}^{-1}$, а эквивалентная передаточная функция по ошибке привода с П-регулятором положения имеет вид:

$$\Phi_{\varepsilon_3}(p) = p^2 \frac{(T_{kc_i} + T_{cc_i} + v_{1i} - T_{a_i}) + p[T_{kc_i}T_{cc_i} + v_{1i}(T_{kc_i} + T_{cc_i}) + v_{2i}] + \dots}{p(T_{kc_i}p + 1)(T_{cc_i}p + 1)(1 + v_{1i}p + v_{2i}p^2) + \omega_{c_i}T_{a_i}p + \omega_{c_i}}$$

Очевидно, что в этом случае не достигается полного устранения динамических ошибок привода, хотя они существенно уменьшаются. Действительно, в области частот $\omega < \omega_{c_i}$ можно использовать упрощенную формулу:

$$|\Phi_{\varepsilon_3}(j\omega)| \approx \frac{\omega^2}{\omega_{c_i}^2} |T_{kc_i} + T_{cc_i} + v_{1i} - T_{a_i}|.$$

Значение постоянной времени T_{a_i} целесообразно выбирать таким образом, чтобы минимизировать возможные погрешности компенсации неустойчивого параметра $T_{кц_i}$:

$$T_{a_i} = \frac{T_{кц_i \max} + T_{кц_i \min}}{2}.$$

Анализ свойств контура регулирования скорости показывает, что при $T_{a_i} \approx \omega_{c_i}^{-1}$ и $\omega_{cc_i} \geq 5\omega_{c_i}$ выполняются условия $T_{кц_i} \approx (0,7 \dots 1)\omega_{c_i}^{-1}$, $T_{кц_i} + T_{cc_i} \approx \omega_{c_i}^{-1}$, $v_{1i} \leq 0,05\omega_{c_i}^{-1}$. Поэтому $T_{a_i} \approx 0,85\omega_{c_i}^{-1}$ и, следовательно, для расчета ошибок воспроизведения эквивалентного гармонического воздействия

$$g_{э_i} \approx A_{э_i} \sin \omega_{э_i} t$$

с частотой $\omega_{э_i} < \omega_{c_i}$ целесообразно использовать формулу:

$$|\Phi_{э_i}(j\omega_{э_i})| \approx \frac{\omega_{э_i}^2}{\omega_{c_i}^2} 0,2. \quad (4.11)$$

Сравнивая (4.11) с выражением для передаточной функции по ошибке привода, не содержащего компенсирующих связей, можно обнаружить, что в системе комбинированного управления ошибка дополнительно ослабляется в $5\omega_{c_i}\omega_{э_i}^{-1}$ раз. При этом привод с компенсирующей связью приобретает свойство второго порядка астатизма по отношению к задающему воздействию. В установившемся режиме скоростная ошибка равна нулю, а ошибка, обусловленная постоянным ускорением на входе g_{0i} , составляет $0,2g_{0i}\omega_{c_i}^{-2}$.

При проектировании приводов исполнительных систем введение связей по скоростям изменения задающих воздействий позволяет примерно в $2\sqrt{A_{э_i}\delta_i^{-1}}$ раз снизить требования к частоте среза разомкнутого привода:

$$\omega_{c_i} \approx \frac{\omega_{э_i}}{2} \sqrt{A_{э_i}/\delta_i},$$

где δ_i — допустимая ошибка воспроизведения эквивалентного гармонического воздействия, составляющая часть от полной ошибки привода [2]. Более подробно построение желаемой ЛАХ системы комбинированного управления со связью по первой производной от задающего воздействия, а также влияние неточности настройки коэффициента K_{c_i} рассмотрены в [2]. Следует отметить, что снижение значения ω_{c_i} приводит к затягиванию переходного процесса привода и увеличению некомпенсированных составляющих ошибок, а поэтому не всегда целесообразно.

Одновременное введение связей по первой и второй производным от задающего воздействия приводит к дополнительному снижению погрешностей привода, ограничиваемому нестабильностью свойств объекта управления. Поэтому компенсирующие связи по ускорению в исполнительных системах роботов оказываются эффективными при адаптивной подстройке коэффициентов этих связей с учетом изменения свойств разомкнутых приводов.

Использование связей по возмущающим воздействиям

Цель введения связей по возмущающим воздействиям состоит в компенсации влияния этих воздействий на ошибки приводов исполнительной системы. В качестве возмущений рассматриваются величины $M_{вн1}, \dots, M_{внN}$ или, в более общем случае, все силовые воздействия на двигатель со стороны объекта управления:

$$M_{нi} = (J_{эки} i_{pi}^{-2} p^2 + b_{ii}^* p + c_{ii}^*) x_{двi} + M_{внi} i_{pi}^{-1}, \quad i = \overline{1, N}.$$

В результате компенсации $M_{нi}$ свойства привода приобретают стабильность, так как определяются только динамикой двигателя и устройств его управления. На входе силового преобразователя i -го привода должно быть сформировано дополнительное корректирующее воздействие

$$U_{ки} = \frac{R_{яi}(T_{эi}p + 1)(T_{прi}p + 1)}{K_{прi}K_{ми}} M_{нi}. \quad (4.12)$$

Для реализации этого воздействия должен быть измерен момент $M_{нi}$, кроме того, требуется осуществить операцию двойного дифференцирования. Это возможно только приближенно, в частности в результате применения корректирующего устройства с передаточной функцией

$$W_{кмi}(p) = K_{кмi} \frac{(T_{эi}p + 1)(T_{прi}p + 1)}{(T_{m1i}p + 1)(T_{m2i}p + 1)},$$

где постоянные времени T_{m1i} и T_{m2i} должны удовлетворять условию:

$$\max(T_{m1i}, T_{m2i}) \ll \min(T_{эi}, T_{прi}),$$

а коэффициент усиления выбирается исходя из равенства:

$$K_{кмi} = \frac{R_{яi}}{K_{прi}K_{ми}}.$$

В этом случае в диапазоне частот $\omega \leq \omega_{M_i}^*$, где $\omega_{M_i}^* \approx \max(T_{\partial_i}^{-1}, T_{\text{пр}_i}^{-1})$, корректирующее воздействие способно осуществлять компенсацию величины $M_{\text{н}_i}$. Очевидно, что неизбежные упрощения исходного соотношения (4.12) ведут к невозможности полной компенсации возмущающих воздействий.

Для получения информации о величине $M_{\text{н}_i}$ используются методы непосредственного и косвенного измерения момента сил, действующих на вал двигателя со стороны объекта управления. При непосредственном измерении в механическую передачу встраивается датчик момента, например упругий элемент с тензорезисторами, сигнал которого пропорционален передаваемому моменту.

Один из приемов косвенного измерения $M_{\text{н}_i}$ основан на использовании сигналов датчика тока и тахогенератора. Из материалов главы 3 следует, что

$$M_{\text{н}_i} = M_{\text{дв}_i} - J_{\text{дв}_i} p^2 \alpha_{\text{дв}},$$

причем

$$M_{\text{дв}_i} = K_{M_i} J_{\text{н}_i}.$$

Следовательно, сформировав сигнал:

$$M_{\text{дв}_i} = K_{\text{н}_i} U_{\text{ост}_i} - K_{\text{н}_2 i} \frac{T_i' p}{T_i' p + 1} U_{\text{осс}_i}$$

и выбрав

$$K_{\text{н}_1 i} = K_{M_i} / K_{\text{дт}_i},$$

$$K_{\text{н}_2 i} = J_{\text{дв}_i} / K_{\text{дс}_i} T_i',$$

получим оценку момента со стороны объекта управления.

Очевидно, измерение $M_{\text{н}_i}$ выполняется приближенно и тем точнее, чем меньше постоянная времени T_i' апериодического звена, а значит, и шире область частот, в которой происходит дифференцирование сигнала тахогенератора. Но надо иметь в виду, что уменьшение величин T_i' , T_{m1i} , T_{m2i} ведет к усилению неблагоприятного влияния помех на точность и динамические свойства привода и поэтому ограничено.

При энергетическом расчете и выборе двигателя для привода с компенсацией момента $M_{\text{н}_i}$ надо учитывать, что двигатель должен развивать момент, достаточный для преодоления не только динамических нагрузок, пропорциональных моменту

инерции ротора $J_{дв}$, но и полного внешнего силового воздействия $M_{нз}$.

Синтез корректирующих устройств привода может быть осуществлен в первом приближении как для системы, имеющей в качестве объекта управления только ротор двигателя. Поэтому задача упрощается, а свойства привода получаются стабильными. Вместе с тем надо контролировать влияние на устойчивость исполнительной системы введенных положительных компенсирующих обратных связей (по токам и скоростям двигателей). Для этого целесообразно использовать математическое моделирование системы с помощью ЭВМ.

Ввиду сложности исполнительных систем промышленных роботов как объектов проектирования приведенные в главе 4 рекомендации не являются универсальными. Они служат основой для поиска эффективных путей построения линейных регуляторов приводов. Проектирование исполнительных систем является многоэтапным творческим процессом, предусматривающим формирование гипотез и широкое использование для их проверки аналитических методов ТАУ, математического моделирования с помощью ЭВМ и, возможно, макетирования разрабатываемых устройств.

АНАЛИЗ СВОЙСТВ СИНТЕЗИРОВАННЫХ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ НА ЦИФРОВЫХ ЭВМ

Современные цифровые ЭВМ (ЦВМ) являются эффективным средством, позволяющим преодолеть трудности аналитического решения задач проектирования ИС роботов. Использование ЦВМ сокращает время проектирования, позволяет повысить качество системы, а также получить в большом объеме цифровые данные, характеризующие качество процессов управления в ИС робота. Кроме того, появляется возможность исследования аварийных и нештатных режимов эксплуатации, что практически неосуществимо при натурных экспериментах. Недостатком современных ЦВМ является их относительно невысокое быстродействие, что не позволяет моделировать процессы в реальном масштабе времени. Однако появление ЭВМ третьего поколения значительно облегчило решение этой задачи.

В настоящее время развиты два основных подхода к цифровому моделированию [3]. Первый из них состоит в поэлементном моделировании исполнительной системы, при этом связи между элементами программируются непосредственно по структурной схеме ИС. Другая форма применения ЦВМ состоит в решении дифференциального уравнения, описывающего динамику системы. Метод структурного моделирования реализован в ряде программных комплексов, ориентированных на разработку систем ав-

томатического управления (САУ), в частности ИС роботов. Следует отметить комплекс программ, разработанных в МВТУ им. Н. Э. Баумана [3, 4] для проектирования систем управления манипуляционных роботов; систему МАСС [5], позволяющую исследовать САУ во временной области; пакет прикладных программ для исследования и синтеза ИС роботов, разработанный под руководством проф. М. Вукобратовича [6]. Все указанные системы обеспечивают интерактивный режим взаимодействия пользователя с ЦВМ. Входные данные для комплекса формируются оператором в диалоговом режиме. При этом ИС разделяется на типовые функциональные блоки, которые образуют библиотеку входного языка. Например, для пакета программ [4] библиотека содержит 60 блоков различных типов («УСИЛИТЕЛЬ», «ОГРАНИЧЕНИЕ», «ЗВЕНО РОБОТА» и т. п.) и может быть расширена пользователем. Структурная схема ИС описывается с помощью специальных операторов структуры [5] либо представляется в виде таблицы [4], каждая строка которой содержит описание блока и его входных сигналов. Результаты моделирования представляются в удобной для проектировщика форме на внешних устройствах ЦВМ: графопостроителях, АЦПУ, алфавитно-цифровых или графических дисплеях.

Основным средством ускорения при решении задач проектирования в рассматриваемом подходе является наличие в моделирующей системе пакета программ автоматического формирования дифференциальных уравнений ИС робота. Автоматизация весьма трудоемкой, как видно из глав 2—4, процедуры составления уравнений динамики манипулятора позволяет избежать ошибок и резко сократить сроки исследования. В настоящее время развиты три группы методов решения этой задачи, основанные соответственно на использовании основных теорем механики (2-го закона Ньютона, принципа Даламбера) [6], уравнений Лагранжа 2-го рода [5] и принципа наименьшего принуждения Гаусса. Все указанные методы эквивалентны с точки зрения конечного результата моделирования.

Все указанные комплексы для исследования ИС роботов обязательно содержат программы численного интегрирования дифференциальных уравнений. Аналогичные программы входят в состав матобеспечения, придаваемого к серийно выпускаемому ЦВМ. Для использования такой программы дифференциальное уравнение должно быть приведено пользователем к нормальной форме Коши.

Линейное дифференциальное уравнение в нормальной форме имеет в общем случае следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + B_0 V(t), \\ y(t) = C_0 x(t), \end{cases} \quad (4.13)$$

где $x(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$ — вектор-столбец переменных сос-

тояния системы; $V(t) = [V_1(t), \dots, V_l(t)]^T$ — вектор управляющих сигналов; $y(t) = [y_1(t), \dots, y_m(t)]^T$ — вектор выходных сигналов; $A_0(M \times M)$, $B_0(m \times l)$, $C_0(m \times M)$ — матрицы коэффициентов.

В качестве переменных состояния $x_i(t)$ ($i = 1, \dots, M$) обычно принимают N обобщенных координат исполнительного механизма q_1, \dots, q_N и $(n-1)$ их производных ($\dot{q}_1, \dots, q_1^{(n-1)}, \dots, \dot{q}_N, \dots, q_N^{(n-1)}$), где n — порядок дифференциального уравнения (3.5), описывающего динамику ИС робота в целом. Таким образом, для вектора x размерность $M = n \times N$. В качестве вектора $V(t)$ в зависимости от конкретной задачи исследования можно использовать (см. рис. 1): вектор моментов, развиваемых двигателями $M_{пр} = [M_{пр1}, \dots, M_{прN}]^T$; вектор сигналов управления $U = [U_1, \dots, U_N]^T$ либо вектор задающих воздействий $g = [g_1, \dots, g_N]^T$. Во всех указанных случаях для вектора $V(t)$ размерность $l = N$. Выходной вектор $y(t)$ для ИС робота (см. рис. 1) представляет собой вектор обобщенных координат $q = [q_1, \dots, q_N]^T$ и его размерность $m = N$.

Рассмотрим пример приведения к нормальной форме Коши системы дифференциальных уравнений (2.2), описывающих динамику плоского двузвенника. В качестве вектора управления $V(t)$ примем вектор моментов $\Delta M = [\Delta M_1, \Delta M_2]^T$, т. е. $V_1 = \Delta M_1$, $V_2 = \Delta M_2$. Выберем следующий вектор переменных состояния: $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]$, где $x_1 = \Delta q_1$, $x_2 = \dot{\Delta q}_1$, $x_3 = \Delta q_2$, $x_4 = \dot{\Delta q}_2$; размерность вектора переменных состояния $M = 2 \times 2 = 4$. Компоненты вектора выходных сигналов $y_1 = \Delta q_1 = x_1$, $y_2 = \Delta q_2 = x_3$.

Решим уравнения (2.2) относительно старших производных: $\Delta \dot{q} = (-A^{-1}B)\Delta \dot{q} + (-A^{-1}C)\Delta q + A^{-1}\Delta M = B_1\Delta \dot{q} + C_1\Delta q + A^{-1}\Delta M$. Используя правило вычисления обратных матриц, приведенное в главе 2, можно определить компоненты матриц A^{-1} , B_1 , C_1 :

$$B_1 = \begin{bmatrix} d_{12} & d_{14} \\ d_{22} & d_{24} \end{bmatrix}; \quad C_1 = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{13} \\ d_{21} & d_{23} \end{bmatrix}; \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} d_{15} & d_{16} \\ d_{25} & d_{26} \end{bmatrix}.$$

Тогда уравнение (2.2) в форме Коши представляется системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = d_{11}x_1 + d_{12}x_2 + d_{13}x_3 + d_{14}x_4 + d_{15}V_1 + d_{16}V_2, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = d_{21}x_1 + d_{22}x_2 + d_{23}x_3 + d_{24}x_4 + d_{25}V_1 + d_{26}V_2. \end{cases}$$

Полученную систему уравнений приводим к общему виду (4.13), определив матрицы коэффициентов для рассматриваемого примера

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \end{bmatrix}; \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d_{15} & d_{16} \\ 0 & 0 \\ d_{25} & d_{26} \end{bmatrix}; \quad C_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Применение методов численного интегрирования по сути означает переход от непрерывной модели системы к ее дискретному аналогу. Следовательно, результат моделирования будет определяться не только исходной системой дифференциальных уравнений (4.13), но и видом дискретной модели. Поведение дискретной системы зависит от принятой формы сигнала $V(t)$ внутри интервала квантования и периода дискретности T . На практике, как правило, используется предположение о постоянстве управляющего сигнала $V(t)$ на интервале $(k-1)T \leq t < kT$ ($k=1, 2, \dots$), хотя возможна аппроксимация и полиномами более высоких порядков.

Шаг интегрирования T выбирают исходя из требуемой точности решения и устойчивости вычислительного процесса. При некорректном выборе T решение разностного уравнения может быть неустойчивым даже при устойчивом решении соответствующего дифференциального уравнения. При использовании традиционных методов интегрирования Рунге-Кутты и Адамса период T рекомендуется выбирать в 10...20 раз меньше минимальной постоянной времени элементов системы. Структурные схемы вычислительных процедур и условия устойчивости для методов интегрирования Рунге-Кутты 1—4 порядков приведены в монографии [3].

Для линейных систем, приведенных к форме Коши либо заданных передаточными функциями, разработаны программы автоматизированного построения частотных характеристик и переходных процессов во временной области [3, 7].

ВЫЧИСЛЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МАНИПУЛЯЦИОННОГО МЕХАНИЗМА

Кинетическая энергия манипуляционного механизма T определяется как сумма кинетических энергий T_i звеньев и рабочего органа с грузом T_0 :

$$T = \sum_{i=1}^N T_i + T_0. \quad (1)$$

Величина T_i рассчитывается в общем случае по формуле [8]:

$$T_i = \frac{1}{2} [m_i V_{0i}^2 + 2m_i (\bar{V}_{0i} \times \bar{\omega}_i) \bar{r}_{ic} + \bar{\omega}_i^T \Theta_{0i} \bar{\omega}_i], \quad (2)$$

где m_i — масса i -го звена; \bar{V}_{0i} — вектор скорости полюса O_i ; $\bar{\omega}_i$ — вектор угловой скорости i -го звена в принятой системе координат; \bar{r}_{ic} — радиус-вектор центра масс тела в системе осей, имеющих начало в полюсе O_i ; Θ_{0i} — матрица инерции i -го звена в точке O_i .

Радиус-вектор r_{ic} определяется выражением:

$$r_{ic} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{m}_{ij} \bar{r}_j,$$

где \tilde{m}_{ij} — масса j -го элемента i -го звена; N_i — количество элементов i -го звена; r_j — радиус-вектор центра масс j -го элемента в системе осей, имеющих начало в полюсе O_i .

При расчете T_i рекомендуется за полюс O_i принять центр масс звена c_i . Тогда $\bar{r}_{ic} = 0$ и

$$T_i = \frac{1}{2} m_i V_{0i}^2 + \frac{1}{2} \bar{\omega}_i^T \Theta_{0i} \bar{\omega}_i. \quad (3)$$

Равенство (3) выражает известную теорему Кенига [8]. Первое слагаемое есть кинетическая энергия звена в поступательном движении вместе с центром масс, а вторая составляющая — кинетическая энергия во вращении звена вокруг оси, проходящей через точку c_i .

Матрица инерции Θ_{0i} имеет согласно [8] вид:

$$\Theta_{0i} = \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} & \theta_{13} \\ \theta_{21} & \theta_{22} & \theta_{23} \\ \theta_{31} & \theta_{32} & \theta_{33} \end{bmatrix}.$$

Диагональные элементы этой матрицы представляют собой моменты инерции относительно осей координат, проходящих через центр масс C_i (полюс звена):

$$\theta_{11} = J_{xx} = \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{m}_{ij} (y_j^2 + z_j^2), \quad \theta_{22} = J_{yy} = \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{m}_{ij} (z_j^2 + x_j^2),$$

$$\theta_{33} = J_{zz} = \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{m}_{ij} (x_j^2 + y_j^2) \quad (i = 1, \dots, N).$$

Недиагональные элементы (взяты со знаком минус) называются центробежными моментами инерции:

$$\theta_{12} = \theta_{21} = -J_{xy} = -\sum_{j=1}^{N_i} \tilde{m}_{ij} x_j y_j; \quad \theta_{13} = \theta_{31} = -J_{xz} = -\sum_{j=1}^{N_i} \tilde{m}_{ij} z_j x_j,$$

$$\theta_{23} = \theta_{32} = -J_{zy} = -\sum_{j=1}^{N_i} \tilde{m}_{ij} y_j z_j \quad (i = 1, \dots, N).$$

В случае использования системы координат, связанной со звеном манипулятора, все составляющие матрицы инерции будут неизменны при движении механизма. Причем можно так выбрать оси координат, что матрица инерции Θ_{0i} приобретает

наиболее простой диагональный вид: $\Theta_{0i} = \text{diag}[\theta_{11}, \theta_{22}, \theta_{33}]$. Такие оси называются центральными осями инерции звена.

Вычислим кинетическую энергию системы, включающей плоский двузвенник и груз в схвате (см. рис. 4), по выражениям (1), (3) этого приложения.

Кинетическая энергия первого звена равна:

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_{01}^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2,$$

где скорость центра масс $V_{01} = r_1 \dot{q}_1$, угловая скорость $\omega_1 = \dot{q}_1$.

Кинетическая энергия второго звена

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_{02}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2,$$

где скорость центра масс $V_{02} = \sqrt{\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2}$; x_2, y_2 — координаты центра масс c_2 звена в абсолютной системе координат; угловая скорость звена $\omega_2 = \dot{q}_1 + \dot{q}_2$. Кинетическая энергия рабочего органа с грузом равна:

$$T_0 = \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2),$$

где m_0 — суммарная масса рабочего органа и груза; x_0, y_0 — координаты центра масс c_0 этой системы тел.

На основе формулы (1) находим кинетическую энергию механической системы, включающей манипуляционный механизм и рабочий орган с грузом.

$$\begin{aligned} T = T_1 + T_2 + T_0 = & \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \\ & + \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2). \end{aligned} \quad (4)$$

Декартовы координаты центров масс c_2 и c_0 (см. рис. 4)

$$x_2 = l_1 \sin q_1 + r_2 \sin(q_1 + q_2),$$

$$y_2 = l_1 \cos q_1 + r_2 \cos(q_1 + q_2),$$

$$x_0 = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2),$$

$$y_0 = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2).$$

Определим составляющие $(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)$ и $(\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2)$:

$$\dot{x}_0 = l_1 \cos q_1 \cdot \dot{q}_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2),$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_0^2 &= (l_1 \cos q_1)^2 \cdot \dot{q}_1^2 + [l_2 \cos(q_1 + q_2)]^2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) + \\ &\quad + 2l_1 l_2 \cos q_1 \cos(q_1 + q_2) \dot{q}_1(\dot{q}_1 + \dot{q}_2), \\ \dot{y}_0 &= -l_1 \sin q_1 \cdot \dot{q}_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2), \\ \dot{y}_0^2 &= l_1^2 \sin^2 q_1 \cdot \dot{q}_1^2 + l_2^2 \sin^2(q_1 + q_2) (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) + \\ &\quad + 2l_1 l_2 \sin q_1 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1(\dot{q}_1 + \dot{q}_2), \\ (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) &= l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_2^2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) + 2l_1 l_2 [\sin q_1 \sin(q_1 + q_2) + \\ &\quad + \cos q_1 \cos(q_1 + q_2)] (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2). \end{aligned}$$

Аналогично получим:

$$(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) = l_1^2 \dot{q}_1^2 + r_2^2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) + 2l_1 r_2 [\sin q_1 \sin(q_1 + q_2) + \cos q_1 \cos(q_1 + q_2)] (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2).$$

Учтем, что

$$\begin{aligned} \sin(q_1 + q_2) &= \sin q_1 \cos q_2 + \cos q_1 \sin q_2, \\ \cos(q_1 + q_2) &= \cos q_1 \cos q_2 - \sin q_1 \sin q_2. \end{aligned}$$

Преобразуем выражение в квадратных скобках:

$$\begin{aligned} \sin q_1 \sin(q_1 + q_2) + \cos q_1 \cos(q_1 + q_2) &= \sin^2 q_1 \cos q_2 + \\ &\quad + \sin q_1 \cos q_1 \sin q_2 + \cos^2 q_1 \cos q_2 - \\ &\quad - \sin q_2 \cos q_1 \sin q_2 = \cos q_2 (\sin^2 q_1 + \cos^2 q_1) = \cos q_2. \end{aligned}$$

Тогда получаем соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 &= l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_2^2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) + 2l_1 l_2 \cos q_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2), \\ \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 &= l_1^2 \dot{q}_1^2 + r_2^2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) + 2l_1 r_2 \cos q_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2). \end{aligned}$$

Окончательно имеем для манипуляционной системы (см. рис. 4):

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 [l_1^2 \dot{q}_1^2 + r_2^2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) + \\ &\quad + 2l_1 r_2 \cos q_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2)] + \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) + \\ &\quad + \frac{1}{2} m_0 [l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2l_1 l_2 \cos q_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2)]. \end{aligned}$$

Полученное выражение для кинетической энергии T используется для получения уравнений динамики манипулятора (глава 2).

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И МАССОИНЕРЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОБОТА РМ-01

Робот РМ-01 представляет собой электромеханический промышленный робот, управляемый от ЭВМ, и состоит из двух основных частей: манипулятора модели PUMA-560 и устройства управления «Сфера-36».

PUMA-560 — это антропоморфный манипулятор с шестью степенями подвижности. Звенья и степени подвижности манипулятора показаны на рис. 25. Каждое звено имеет следящий привод

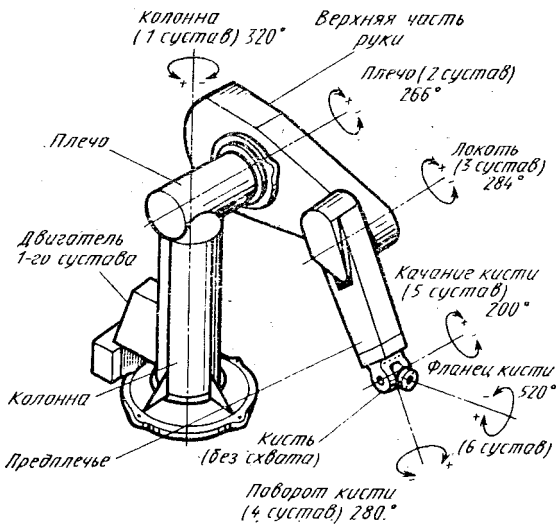


Рис. 25. Манипулятор промышленного робота РМ-01

постоянного тока, трансмиссия осуществляется через зубчатые редукторы.

С каждым звеном манипулятора связана специальная система координат o_i, x_i, y_i, z_i , построенная по широко используемому в задачах робототехники методу [1]. Ось z_i совпадает с осью сочленения, связывающего звенья i и $i-1$ ($i=1, \dots, 6$). Оси x_i являются общими перпендикулярами к осям z_{i-1} и z_i . Оси y_i обеспечивают правую ориентацию всех систем координат. Основная система координат $o_0x_0y_0z_0$ неподвижна; она состоит из трех осей, пересекающихся в плече манипулятора (рис. 26). Система координат $o_6x_6y_6z_6$ связана с фланцем кисти робота и называется системой координат инструмента (ось z_6 направлена по оси фланца).

При таком выборе связанных координат матрица преобразования A_i определяется значениями четырех параметров ($\theta_i, \alpha_i, d_i, a_i$), два из которых всегда постоянны, а один из двух других является обобщенной координатой механизма q_i . Две последовательные системы координат, например ($i-1$) и i , могут быть совмещены путем четырех движений:

- поворот на угол θ_i вокруг оси z_{i-1} до тех пор, пока оси x_{i-1} и x_i не станут параллельными;
- перенос на величину d_i вдоль оси z_{i-1} до тех пор, пока оси x_{i-1} и x_i не окажутся на одной прямой;
- перенос на величину a_i вдоль оси x_i до совмещения центров o_{i-1} и o_i ;
- поворот вокруг оси x_i на угол α_i до совмещения всех осей.

Матрица преобразования A_i определяется формулой [1]:

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Значения параметров $\theta_i, \alpha_i, d_i, a_i$ ($i=1, \dots, 6$) для манипулятора PUMA-560 приведены в табл. 1 и показаны на рис. 26.

Таблица 1

| Номер звена | θ° | α° | d | a |
|-------------|----------------|----------------|-------|-------|
| 1 | θ_1 | -90 | 0 | 0 |
| 2 | θ_2 | 0 | 0 | a_2 |
| 3 | θ_3 | 90 | d_3 | a_3 |
| 4 | θ_4 | -90 | d_4 | 0 |
| 5 | θ_5 | 90 | 0 | 0 |
| 6 | θ_6 | 0 | 0 | 0 |

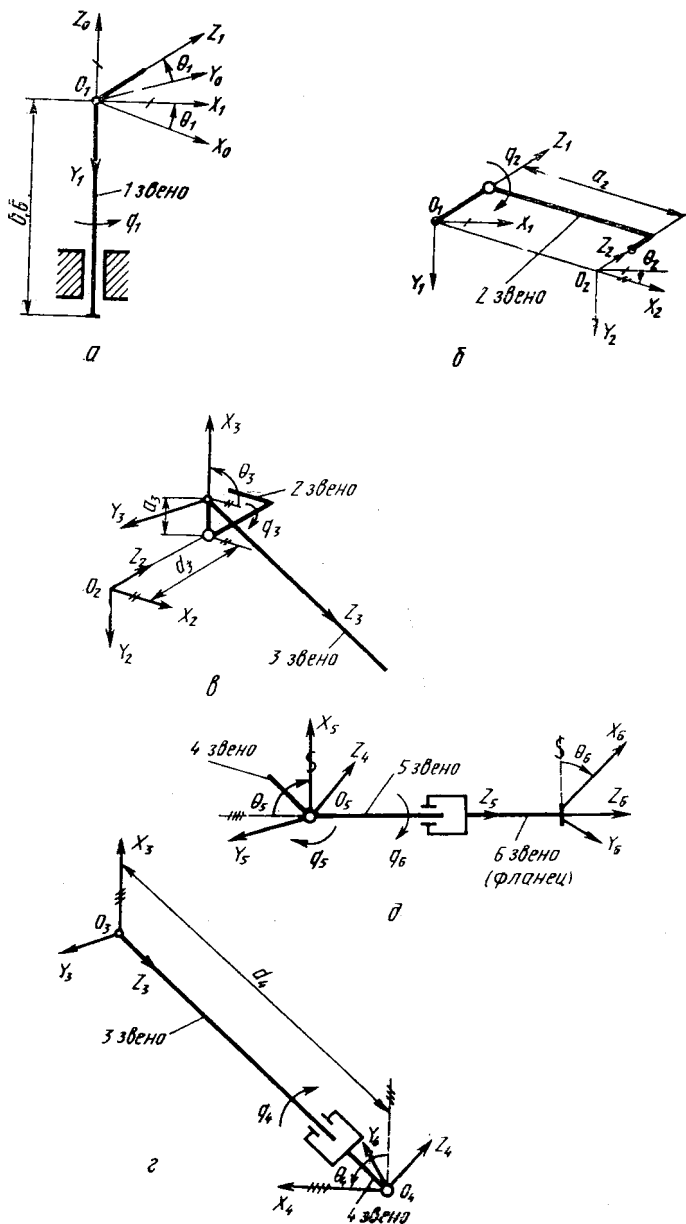


Рис. 26. Специальные системы координат, связанные со звеньями исполнительного механизма

| Номер звена | Масса звена | Координаты центра масс | | | Радиусы инерции звеньев | | |
|-------------|-------------|------------------------|-----------|-----------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | | x_c (М) | y_c (М) | z_c (М) | K_{xx}^2 (м ²) | K_{yy}^2 (м ²) | K_{zz}^2 (м ²) |
| 1 | 33,5 | 0 | 0 | 0,08 | 0,0451 | 0,0451 | 0,00579 |
| 2 | 77,3 | -0,216 | 0 | 0,2175 | 0,05657 | 0,1847 | 0,1408 |
| 3 | 36,3 | 0 | 0 | 0,216 | 0,06728 | 0,06791 | 0,0036 |
| 4 | 8,95 | 0 | 0,02 | 0 | 0,00316 | 0,00211 | 0,00316 |
| 5 | 2,39 | 0 | 0 | 0 | 0,00069 | 0,00112 | 0,00069 |
| 6 | 1,0 | 0 | 0 | 0,01 | 0,00338 | 0,00338 | 0,00009 |

Матрицы преобразования A_i , описывающие геометрию манипулятора, имеют вид:

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & 0 & \sin \theta_3 & a_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & 0 & -\cos \theta_3 & a_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_6 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Положение центров масс звеньев в связанных с ними системах координат задается векторами:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{1c} &= [0 \ 0 \ z_{1c}]^T; & \bar{r}_{2c} &= [x_{2c} \ 0 \ z_{2c}]^T; \\ \bar{r}_{3c} &= [0 \ 0 \ z_{3c}]^T; & \bar{r}_{4c} &= [0 \ y_{4c} \ 0]^T; \\ \bar{r}_{5c} &= [0 \ 0 \ z_{5c}]^T; & \bar{r}_{6c} &= [0 \ 0 \ z_{6c}]^T. \end{aligned}$$

Значения масс звеньев и координаты их центров масс по данным [3] приведены в табл. 2.

В табл. 2 приведены также квадраты радиусов инерции звеньев относительно осей связанных с ними систем координат. Радиус

инерции K_{pp} определяет расстояние от оси p до точки, в которой нужно сосредоточить всю массу m_i звена, чтобы момент инерции точки относительно этой оси равнялся моменту инерции звена. Момент инерции i -го звена относительно оси pp рассчитывается по формуле:

$$J_{pp} = m_i K_{pp}^2.$$

В работах [9, 10] на основании приведенных данных предложены математические модели манипулятора PUMA-560.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Медведев В. С., Лесков А. Г., Ющенко А. С. Системы управления манипуляционных роботов/Под ред. Е. П. Попова. — М.: Наука, 1978. — 416 с.
2. Илюхин Ю. В., Подураев Ю. В., Малышев А. Б. Синтез линейных исполнительных систем роботов методом ЛЧХ. Конспект лекций. — М.: Мосстанкин, 1988. — 55 с.
3. Проектирование следящих систем с помощью ЭВМ/Под ред. В. С. Медведева. — М.: Машиностроение, 1979. — 367 с.
4. Дистанционно управляемые роботы и манипуляторы/В. С. Кулешов, Н. А. Лакота, В. В. Андрюнин и др.; Под общ. ред. Е. П. Попова. — М.: Машиностроение, 1986. — 328 с.
5. Робототехника и гибкие автоматизированные производства. В 9-ти кн. Кн. 5. Моделирование робототехнических систем и гибких автоматизированных производств: Учебн. пособие/Под ред. И. М. Макарова. — М.: Высшая школа, 1986, — 175 с.
6. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами. — М.: Наука, 1985. — 385 с.
7. Медса Дж., Джонс Ст. К. Программы в помощь изучающим теорию линейных систем управления. — М.: Мир, 1978.
8. Лурье А. И. Аналитическая механика. — М.: Физматгиз, 1961. — 824 с.
9. Paul R. P., Rong M., Zhang H. The dynamics of the PUMA manipulator. Proc. American Control Conf., 1983. P. 491—494.
10. Сингх Н., Ши А. А. Жесткое контурное управление робототехническими системами // Конструирование и технология машиностроения. — М.: Мир, 1986, № 1. С. 136—147.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

| | |
|---|----|
| Введение | 3 |
| 1. Постановка задачи проектирования исполнительных систем роботов | 4 |
| Назначение и состав исполнительной системы робота | 4 |
| Особенности исполнительных систем роботов | 7 |
| Требования к исполнительным системам роботов | 8 |
| Цель, стадии и этапы проектирования исполнительных систем промышленных роботов | 11 |
| 2. Анализ манипуляционного механизма робота как многосвязного объекта управления исполнительной системы | 16 |
| 3. Особенности динамики исполнительных систем роботов | 26 |
| Математические модели и свойства силовых частей приводов как компонентов исполнительных систем | 26 |
| Анализ динамических свойств исполнительных систем | 31 |
| Математические модели и свойства неизменяемой части сепаратного привода исполнительной системы | 36 |
| 4. Проектирование регуляторов приводов исполнительных систем роботов | 41 |
| Подход к проектированию регуляторов приводов исполнительных систем | 41 |
| Процедуры синтеза средств коррекции приводов исполнительных систем | 48 |
| Особенности проектирования регулятора контура тока | 48 |
| Синтез регулятора для контура регулирования скорости | 50 |
| Построение регуляторов положения | 52 |
| Применение комбинированного управления для повышения точности исполнительных систем роботов | 55 |
| Введение компенсирующих связей по производным от задающих воздействий | 55 |
| Использование связей по возмущающим воздействиям | 58 |
| Анализ свойств синтезированных исполнительных систем роботов на цифровых ЭВМ | 60 |
| Приложение 1. Вычисление кинетической энергии манипуляционного механизма | 64 |
| Приложение 2. Геометрические и массоинерционные характеристики робота РМ-01 | 68 |
| Список литературы | 73 |

Юрий Владимирович Илюхин,
Юрий Викторович Подураев

**Проектирование исполнительных систем роботов.
Линеаризованные системы**

Учебное пособие

ИБ № 059

Зав. редакцией *Ф. И. Колодная*
Редактор *Б. И. Бурт*
Младший редактор *Н. Н. Ерыкалова*
Художественный редактор *Э. П. Люледжан*
Технический редактор *О. И. Петрищева*

| | |
|---|--|
| Сдано в набор 16.11.88. | Подписано в печать 14.04.89. |
| Формат 60×90 ¹ / ₁₆ . | Бумага типографская № 2. Печать высокая. |
| Усл. печ. л. 4,75. | Усл.-кр.-отт. 4,75. Уч.-изд. л. 4,53. |
| Заказ 4509. | Тираж 1000 экз. Изд. № 95. Цена 15 к. |

Издательство МПИ, 107045, Москва, ул. Садовая Спасская, 6

Серпуховская районная типография Упрполиграфиздата Мособлисполкома
г. Серпухов Моск. обл., пр. Мишина, 2/7

15 коп.

27-89

56412